Série8:Exercices sur limite et continuité

Exercices1

On considère la fonction **f** *définie par :* $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

1) *Déterminer* D_f, *et étudier la parité de* **f**.
2) *Calculer les limites aux bornes de* D_f *et étudier les branches infinies de* (C_f).
3) *Calculer* $f'(x)$, *en déduire le tableau de variations de la fonction* **f**.
4) *Tracer* (C_f) *dans un repère orthonormé.*
5) *Soit* **g** *la restriction de* **f** *à l'intervalle* $I=[0\ ;\ 1[$.
   a) ***Montre que*** **g** *admet une fonction réciproque définie sur un intervalle* **J** *à déterminer*.
   b) *Donner le tableau de variations de* g^{-1}.
   c) *Déterminer* $g^{-1}(x)$ *pour tout x de* **x** de **J**.
6) *Tracer la courbe de* g^{-1} *sur le repère précédent.*

Exercices2

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^2-x+1}-x-3\right) \qquad \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{-x^3-x^2+1}+x-3\right) \qquad \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x-1}\right)$$

Exercices3

On considère la fonction **f** *définie par :* $f(x)=x^3+x-1$

1) *Montrer que la function est continue sur l'intervalle* $I=[0\ ;\ 1]$.
2) *Calculer* $f(0)$ *et* $f(1)$.
3) *Donner le tableau de variations de* **f**.
4) *En déduire que l'équation* $(E):\ x^3+x-1=0$ *admet une solution unique* $c\in]0\ ;\ 1[$.
5) *Calculer* $f(1/2)$, *en déduire un encadrment de* **c** *d'amplitude* **0,5**.

Exercices4

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to7}\frac{\sqrt[3]{x+1}-2}{\sqrt{x+2}-3} \qquad \lim_{x\to2}\frac{\sqrt[3]{x^2+x+2}-2}{x^2-4} \qquad \lim_{x\to27}\frac{3-\sqrt[3]{x}}{x-27}$$

Exercices5

On considère la fonction **f** *définie sur l'intervalle* $I=]-1\ ;\ +\infty[$ *par :* $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$.

1) *Calculer* $f(0)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)$.
2) *Calculer* $f'(x)$, *en déduire le tableau de variations de* **f**.
3) *Montre que* **f** *admet une fonction réciproque sur un intervalle* **J** *à determiner*.
4) *Donner le tableau de variations de* f^{-1}.
5) *Déterminer* $f^{-1}(x)$ *pour tout x de* **x** de **J**.