

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par:

$$\begin{cases} f(x) = -x + \frac{2}{x} & ; x \in]-\infty, 0[\cup]0, 1[\\ f(x) = \frac{1+x}{2\sqrt{x}} & ; x \in [1, +\infty[\end{cases}$$

(C_f) est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1)
 - a) Montrer que f est continue aux points 1 .
 - b) Calculer $f(-2)$; $f(-\sqrt{2})$; $f(-1)$; $f(1)$; $f(4)$
- 2)
 - a) Montrer que f est dérivable à gauche au point 1 .
 - b) Donner l'équation de la demi tangente (Δ_1) à gauche au point 1 .
 - c) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite au point 1 , et donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
 - c) schématiser les résultants précédents.
- 3)
 - a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - b) Montrer que (C_f) admet une asymptote oblique (D) et déterminer son équation.
 - c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - d) Etudier la nature de la branche infinie au voisinage de $+\infty$.
 - e) Etudier la nature de la branche infinie au voisinage de 0 .
 - f) compléter la schématisation précédente en traçant les branches infinies.
- 4)
 - a) Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, 1[$.
 - b) Etudier les variations de f sur l'intervalle $[1, +\infty[$.
 - c) Dresser le tableau de variations de f .
- 5)
 - a) Donner l'équation de la tangente (Δ_2) au point $-\sqrt{2}$.
 - b) compléter la schématisation précédente en traçant la tangente (Δ_2) .
- 6) Tracer (D) , (Δ_1) , (Δ_2) et la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 7) Soit U la restriction de f à l'intervalle $]-\infty; 0[$.
 - a) Montrer que U admet une bijection réciproque U^{-1} définie sur un intervalle J_1 qu'on déterminera.
 - b) Calculer $U^{-1}(x)$ pour tout x de l'intervalle J_1 .
 - c) Calculer $(U^{-1})(0)$.
- 8) Soit V la restriction de f à l'intervalle $[1, +\infty[$.
 - a) Montrer que V admet une bijection réciproque V^{-1} définie sur un intervalle J_2 qu'on déterminera.
 - b) Calculer $V^{-1}(x)$ pour tout x de l'intervalle J_2 .
 - c) Calculer $(V^{-1})\left(\frac{5}{4}\right)$
- 9) Tracer $(C_{U^{-1}})$ et $(C_{V^{-1}})$ dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.