

1) Formules de transformations :

$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$ (1)

$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$ (2)

$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$ (3)

$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$ (4)

$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \times \tan y}$ et $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \times \tan y}$

$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$ et $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x$

$\sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ et $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

$\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1$ et $\cos x = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}$

$\sin x = 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ et $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

2) Les valeurs trigonométrique en fonction

de : $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$: Si $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ on a :

1) $\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$ 2) $\sin x = \frac{2t}{1 + t^2}$ 3) $\tan x = \frac{2t}{1 - t^2}$

3) Transformations des sommes en produits

Pour tous réels p, q , on a :

$\sin p + \sin q = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

$\sin p - \sin q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$

$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$

4) Transformations des produits en sommes.

Pour tous réels x, y on a :

$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$

$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$

$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$

La linéarisation d'une expression c'est de l'écrire sous la forme d'une somme.

5) LES EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES.

$k \in \mathbb{Z}$

a) $\cos x = \cos x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + 2k\pi$ ou $x = -x_0 + 2k\pi$

b) $\sin x = \sin x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + 2k\pi$ ou $x = \pi - x_0 + 2k\pi$

c) $\tan x = \tan x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + k\pi$

2) 'équation : (E): $a \cos x + b \sin x + c = 0$

Soient a et b deux réels non nuls on a :

Pour tout réel x :

$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x \right)$

$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \varphi \cos x + \sin \varphi \sin x)$

où le réel φ est déterminé par :

$\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \varphi)$

6) Les limites trigonométriques

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = 1$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{ax} = 1$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

7) autre propriétés trigonométriques

Pour tout nombre réel x , on a :

1) $-1 \leq \cos x \leq 1$ 2) $-1 \leq \sin x \leq 1$

3) $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ 4) $\cos x = \cos(x + 2k\pi)$ où $k \in \mathbb{Z}$

5) $\sin x = \sin(x + 2k\pi)$ 6) $\tan(x + k\pi) = \tan x$ $k \in \mathbb{Z}$

7) $1 + (\tan x)^2 = \frac{1}{(\cos x)^2}$ 8) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

9) $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$

10) $\cos(\pi + x) = -\cos x$ et $\sin(\pi + x) = -\sin x$

11) $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et $\sin(\pi - x) = \sin x$

12) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

13) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

14) $\tan(\pi - x) = -\tan x$ et $\tan(\pi + x) = \tan x$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

