QCM:Nombres complexes

1 Écritures algébrique et géométrique | Facile |

Question 1

Soit $z=(1-2i)^2$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $z=5-4i$
- ☐ $z=-3-4i$
- ☐ Le conjugué de z est : $\overline{z}=3+4i$.
- ☐ Le module de z est 5.

Question 2

Soit $z=\frac{i+1}{1-i\sqrt{3}}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $|z|=\frac{1}{\sqrt{2}}$
- ☐ $z\overline{z}=\frac{1}{2}$
- ☐ Un argument de z est : $\frac{7\pi}{12}$.
- ☐ Le conjugué de z est : $\overline{z}=\frac{i-1}{1+i\sqrt{3}}$.

Question 3

Soit z un nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{\pi}{4}$. L'écriture algébrique de z est :

- ☐ $z=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$
- ☐ $z=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$
- ☐ $z=2+2i$
- ☐ $z=2-2i$

Question 4

Soit $\theta\in\mathbb{R}$. $e^{i\theta}\in\mathbb{R}$ si et seulement si :

- ☐ $\theta=0$
- ☐ $\theta=2\pi$
- ☐ $\theta=2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$
- ☐ $\theta=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

Question 5

Soit θ un réel. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $\cos^2\theta=\frac{1+\cos(2\theta)}{2}$
- ☐ $\cos^2\theta=\frac{1-\cos(2\theta)}{2}$
- ☐ $\sin^2\theta=\frac{1-\cos(2\theta)}{2}$
- ☐ $\sin^2\theta=\frac{1+\cos(2\theta)}{2}$

Question 6

Soit θ un réel. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $\cos(2\theta) = 2\cos\theta\sin\theta$
- ☐ $\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$
- ☐ $\sin(2\theta) = 2\cos\theta\sin\theta$
- ☐ $\sin(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

2 Écritures algébrique et géométrique | Moyen |

Question 7

Soit $z = \frac{(1-i)^{10}}{(1+i\sqrt{3})^4}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $|z| = 2$
- ☐ $|z| = \frac{1}{2}$
- ☐ $\arg z = \frac{\pi}{6}\,[2\pi]$
- ☐ $\arg z = -\frac{\pi}{6}\,[2\pi]$

Question 8

Soit $z = \frac{\cos\theta + i\sin\theta}{\cos\phi - i\sin\phi}$, $\theta, \phi \in \mathbb{R}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $|z| = 2$
- ☐ $\arg z = \theta + \phi\,[2\pi]$
- ☐ $z = \cos(\theta+\phi) + i\sin(\theta+\phi)$
- ☐ $|z| = 1$

Question 9 Soit z_1 et z_2 deux nombres complexes. Alors, $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|$
^{2} est égal à :

- ☐ $|z_1|^2 + |z_2|^2$
- ☐ $|z_1|^2 - |z_2|^2$
- ☐ $2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$
- ☐ $2|z_1|^2 - 2|z_2|^2$

Question 10

Soit θ un réel. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $\cos^3\theta = \frac{1}{8}(\cos(3\theta) + 3\cos\theta)$
- ☐ $\cos^3\theta = \frac{1}{4}(\cos(3\theta) + 3\cos\theta)$
- ☐ $\sin^3\theta = \frac{1}{4}(3\sin\theta - \sin(3\theta))$
- ☐ $\sin^3\theta = \frac{1}{4}(3\sin\theta + \sin(3\theta))$

Question 11

Soit θ un réel. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $\cos(5\theta) = \cos^5\theta - 10\cos^3\theta\sin^2\theta + 5\cos\theta\sin^4\theta$
- ☐ $\cos(5\theta) = \cos^5\theta + 10\cos^3\theta\sin^2\theta + 5\cos\theta\sin^4\theta$
- ☐ $\sin(5\theta) = 5\cos^4\theta\sin\theta + 10\cos^2\theta\sin^3\theta + \sin^5\theta$
- ☐ $\sin(5\theta) = 5\cos^4\theta\sin\theta - 10\cos^2\theta\sin^3\theta + \sin^5\theta$

3 Écritures algébrique et géométrique | Difficile |

Question 12

Par définition, si $x, y \in \mathbb{R}$, $e^{x+iy} = e^x \cdot e^{iy} = e^x(\cos y + i\sin y)$.

Soit $z = e^{e^{i\theta}}$, où θ est un réel. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $|z| = 1$
- ☐ $|z| = e^{\cos\theta}$
- ☐ $\arg z = \theta\,[2\pi]$
- ☐ $\arg z = \sin\theta\,[2\pi]$

Question 13

Soit $z = 1 + e^{i\theta}, \theta \in]-\pi, \pi[$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $|z| = 2$
- ☐ $|z| = 2\cos(\frac{\theta}{2})$
- ☐ $\arg z = \frac{\theta}{2}\,[2\pi]$
- ☐ $\arg z = \theta\,[2\pi]$

Question 14

Soit $z = e^{i\theta} + e^{i\phi}, \theta, \phi \in \mathbb{R}$ tels que $-\pi < \theta - \phi < \pi$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $|z| = 2$
- ☐ $|z| = 2\cos(\frac{\theta-\phi}{2})$
- ☐ $\arg z = \theta + \phi\,[2\pi]$
- ☐ $\arg z = \frac{\theta+\phi}{2}\,[2\pi]$

Question 15

Soit $x \in \mathbb{R}\backslash\{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $S_1 = \sum_{k=0}^{n}\cos(kx)$ et $S_2 = \sum_{k=0}^{n}\sin(kx)$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $S_1 = \cos(\frac{nx}{2}) \cdot \frac{\sin(\frac{n+1}{2})x}{\sin(\frac{x}{2})}$

- ☐ $S_1 = \sin(\frac{nx}{2}) \cdot \frac{\sin(\frac{n+1}{2})x}{\sin(\frac{x}{2})}$
- ☐ $S_2 = \sin(\frac{nx}{2}) \cdot \frac{\sin(\frac{n+1}{2})x}{\sin(\frac{x}{2})}$
- ☐ $S_2 = \cos(\frac{nx}{2}) \cdot \frac{\sin(\frac{n+1}{2})x}{\sin(\frac{x}{2})}$

4 Équations | Facile |

Question 16

Les racines carrées de i sont :

- ☐ $\frac{1+i}{2}$ et $-\frac{1+i}{2}$
- ☐ $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ et $-\frac{1+i}{\sqrt{2}}$
- ☐ $e^{\frac{i\pi}{4}}$ et $e^{\frac{-i\pi}{4}}$
- ☐ $e^{\frac{i\pi}{4}}$ et $-e^{\frac{i\pi}{4}}$

Question 17

On considère l'équation : (E) : $z^2 + z + 1 = 0$, $z \in \mathbb{C}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ Les solutions de (E) sont : $z_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ et $z_2 = -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
- ☐ Les solutions de (E) sont : $z_1 = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.
- ☐ Les solutions de (E) sont : $z_1 = e^{\frac{2i\pi}{3}}$ et $z_2 = e^{\frac{-2i\pi}{3}}$.
- ☐ Si z est une solution de (E), alors $|z| = 1$.

Question 18

Les racines cubiques de $1 + i$ sont :

- ☐ $z_k = \sqrt[3]{2}e^{i(\frac{\pi}{12}+\frac{2k\pi}{3})}, k = 0, 1, 2$
- ☐ $z_k = \sqrt[6]{2}e^{i(\frac{\pi}{12}+\frac{2k\pi}{3})}, k = 0, 1, 2$
- ☐ $z_k = \sqrt[6]{2}e^{i(\frac{\pi}{12}-\frac{2k\pi}{3})}, k = 0, 1, 2$
- ☐ $z_k = \sqrt[3]{2}e^{i(\frac{\pi}{12}-\frac{2k\pi}{3})}, k = 0, 1, 2$

Question 19

Soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $|z - 2| = 1$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $z = 3$
- ☐ $z = 1$
- ☐ $z = 2 + e^{i\theta}$, $\theta \in \mathbb{R}$
- ☐ Le point du plan d'affixe z appartient au cercle de rayon 1 et de centre le point d'affixe 2.

5 Équations | Moyen |

Question 20

On considère l'équation : $(E): z^2-2iz-1-i=0, z\in\mathbb{C}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ Le discriminant de l'équation est : $\Delta=8+4i$.
- ☐ Le discriminant de l'équation est : $\Delta=4i$.
- ☐ les solutions de (E) sont : $z_1=\frac{\sqrt{2}+(1+\sqrt{2})i}{2}$ et $z_2=\frac{\sqrt{2}+(1-\sqrt{2})i}{2}$.
- ☐ les solutions de (E) sont : $z_1=\frac{\sqrt{2}+(2+\sqrt{2})i}{2}$ et $z_2=\frac{-\sqrt{2}+(2-\sqrt{2})i}{2}$.

Question 21

On considère l'équation : $(E): z^2=\frac{1+i}{\sqrt{2}}, z\in\mathbb{C}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ Si z est une solution de (E), $\arg z=\frac{\pi}{8}[2\pi]$.
- ☐ Les solutions de (E) sont : $z=e^{i\frac{\pi}{8}}$ et $z=-e^{i\frac{\pi}{8}}$.
- ☐ $\cos(\frac{\pi}{8})=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$ et $\sin(\frac{\pi}{8})=\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$
- ☐ $\cos(\frac{\pi}{8})=\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$ et $\sin(\frac{\pi}{8})=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$

Question 22

Les racines cubiques de -8 sont :

- ☐ $z_k=2e^{i\frac{(2k+1)\pi}{3}}, k=1,2,3$
- ☐ $z_k=2e^{i\frac{(2k-1)\pi}{3}}, k=0,1,2$
- ☐ $z_k=-2e^{i\frac{(2k+1)\pi}{3}}, k=0,1,2$
- ☐ $z_1=-2, z_2=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_3=2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

Question 23

On considère l'équation : $(E): z^5=\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}, z\in\mathbb{C}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ Si z est une solution de (E), $|z|=\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$.
- ☐ Si z est une solution de (E), $|z|=\frac{1}{\sqrt[10]{2}}$.
- ☐ Si z est une solution de (E), $\arg z=\frac{\pi}{12}[2\pi]$.
- ☐ Si z est une solution de (E), $\arg z=\frac{\pi}{12}+\frac{2k\pi}{5}[2\pi], k\in\mathbb{Z}$.

Question 24

Soit $z\in\mathbb{C}$ tel que $|z-1|=|z+1|$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $z=0$
- ☐ $z=ia, a\in\mathbb{R}$

- ☐ Le point du plan d'affixe z appartient au cercle de rayon 1 et de centre le point d'affixe 0.
- ☐ Le point du plan d'affixe z appartient à la médiatrice du segment $[A, B]$, où A et B sont les points d'affixe -1 et 1 respectivement.

6 Équations | Difficile |

Question 25

On considère l'équation $(E) : (z^2+1)^2 + z^2 = 0$, $z \in \mathbb{C}$. L'ensemble des solutions de (E) est :

- ☐ $\{\pm\frac{1+\sqrt{5}}{2}i, \pm\frac{1-\sqrt{5}}{2}i\}$
- ☐ $\{\pm\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \pm\frac{1-\sqrt{5}}{2}\}$
- ☐ $\{\pm\frac{1+\sqrt{3}}{2}i, \pm\frac{1-\sqrt{3}}{2}i\}$
- ☐ $\{\pm\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \pm\frac{1-\sqrt{3}}{2}\}$

Question 26

On considère l'équation $(E) : z^8 = \overline{z}$, $z \in \mathbb{C}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ Si z est une solution de (E), alors $z = 0$.
- ☐ Si z est une solution de (E), alors $z = 0$ ou $|z| = 1$.
- ☐ L'équation (E) admet 8 solutions distinctes.
- ☐ Les solutions non nulles de (E) sont les racines 9-ièmes de l'unité.

Question 27

Soit n un entier $\geqslant 2$, $z_1, z_2, \ldots, z_n$ les racines n-ièmes de l'unité. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ $z^n - 1 = (z-z_1)(z-z_2)\ldots(z-z_n)$
- ☐ $z_1.z_2, \ldots z_n = (-1)^{n-1}$
- ☐ $z_1 + z_2 + \cdots + z_n = 1$
- ☐ $z_1 + z_2 + \cdots + z_n = 0$

Question 28

Soit E l'ensemble des points M d'affixe z tels que : $|\frac{z-1}{1+iz}| = \sqrt{2}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- ☐ E est une droite.
- ☐ E est un cercle.
- ☐ $E = \emptyset$