
Limites de fonction

Limites des fonctions réelles | 30

1 Limites des fonctions réelles | Facile |

1.1 Fraction rationnelle

Question 1

Soit $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2-x-1}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

Question 2

Soit $f(x) = \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{2}{3}$
- $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} f(x) = +\infty$

Question 3 : Soit f

Soit $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{3x}{(x+1)(x^2-x+1)}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -2$

1.2 Fonction racine carrée

Question 4

Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x}}{x-1}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$
- f n'admet pas de limite en 1.

Question 5

Soit $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} + x$.

Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$
- f n'admet pas de limite en $-\infty$.

1.3 Croissances comparées

Question 6

Soit $f(x) = x \ln x - x^2 + 1$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

Question 7

Soit $f(x) = e^{2x} - x^7 + x^2 - 1$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

Question 8 Soit $f(x) = (x^5 - x^3 + 1)e^{-x}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

1-4 Encadrement**Question 9**

Soit $f(x) = \sin x \cdot \sin \frac{1}{x}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- f n'admet pas de limite en 0.
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- f n'admet pas de limite en $+\infty$.

Question 10

Soit $f(x) = e^{-x} \cos(e^{2x})$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- f n'admet pas de limite en $+\infty$.
- f n'admet pas de limite en $-\infty$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

2 Limites des fonctions réelles | Moyen |**2.1 Définition d'une limite****Question 11**

Soit $a \in \mathbb{R}$, I un intervalle contenant a et f une fonction définie sur $I \setminus \{a\}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l (l \in \mathbb{R})$ si et seulement si $\forall \varepsilon > 0, \exists \alpha > 0, \forall x \in I \setminus \{a\}, |x - a| < \alpha \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l (l \in \mathbb{R})$ si et seulement si $\forall \varepsilon > 0, \exists \alpha > 0, \forall x \in I \setminus \{a\}, |x - a| < \varepsilon \Rightarrow |f(x) - l| < \alpha$
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ si et seulement si $\forall A > 0, \exists \alpha > 0, \forall x \in I \setminus \{a\}, f(x) > A \Rightarrow |x - a| < \alpha$
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ si et seulement si $\forall A < 0, \exists \alpha > 0, \forall x \in I \setminus \{a\}, |x - a| < \alpha \Rightarrow f(x) < A$

Question 12

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} . Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l (l \in \mathbb{R})$ si et seulement si $\forall \varepsilon > 0, \exists A > 0, \forall x \in \mathbb{R}, |f(x) - l| < \varepsilon \Rightarrow x > A$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l (l \in \mathbb{R})$ si et seulement si $\forall \varepsilon > 0, \exists A > 0, \forall x \in \mathbb{R}, x \geq A \Rightarrow |f(x) - l| \leq \varepsilon$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ si et seulement si $\forall A > 0, \exists B < 0, \forall x \in \mathbb{R}, x \leq B \Rightarrow f(x) \geq A$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ si et seulement si $\exists B < 0, \forall A < 0, \forall x \in \mathbb{R}, x < B \Rightarrow f(x) < A$

9.2.2 Fonction racine carrée

Question 13

Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$
- f n'admet pas de limite en $+\infty$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

2.3 Fonction valeur absolue

Question 14

Soit $f(x) = x - \frac{|x|}{x}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- f n'admet pas de limite en 0.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

Question 15

Soit $f(x) = \frac{x}{|x-1|} - \frac{3x-1}{|x^2-1|}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$
- f n'admet pas de limite en -1 .
- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

2.4 Fonction périodique

Question 16

Soit $f(x) = \sin x$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- f n'admet pas de limite en $+\infty$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$
- f n'admet pas de limite en $-\infty$.

9.2.5 Dérivabilité en un point

Question 17

Soit $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$
- f n'admet pas de limite en 0 .
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

Question 18

Soit $f(x) = \frac{\sin x}{x}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- f n'admet pas de limite en 0 .
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

Question 19

Soit $f(x) = \frac{\sin(3x)}{\sin(4x)}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- f n'admet pas de limite en 0
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{3}{4}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{4}{3}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

Question 20

Soit $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- f n'admet pas de limite en 0.
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{1}{2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2}$

3 Limites des fonctions réelles | Difficile |

3.1 Fonction partie entière

Question 21

Soit $f(x) = xE(\frac{1}{x})$, où E désigne la partie entière. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$
- f n'admet pas de limite en 0.
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

Question 22

Soit $f(x) = xE(\frac{1}{x})$, où E désigne la partie entière. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

3.2 Densité des rationnels et irrationnels

Question 23

Soit f une fonction définie sur $[0, 1]$ par : $f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \\ 1, & \text{si } x \in \mathbb{Q} \end{cases}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$
- f n'admet pas de limite en 0.

Question 24

- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$
- f n'admet pas de limite en 1^- .
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

9.3.3 Fonction monotone

Question 25

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction croissante. Quelles sont les assertions vraies ?

- f n'admet pas de limite en $+\infty$.
- f admet une limite en $+\infty$.
- Si f est majorée, f admet une limite finie en $+\infty$.
- Si f est non majorée, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

3.4 Fonction racine n -ième

Question 26

Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt[3]{x+1}-1}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{3}{2}$
- f n'admet pas de limite en 0.
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

Question 267

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction croissante. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

Question 268

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction croissante. f admet une limite finie en $+\infty$ si et seulement si :

- $a > 0$ et $b > 0$
- $a = 1$ et $b > 0$
- $a = 1$ et $b = 2$
- $a = 1$ et $b = 0$

Question 269

Soit f la fonction définie sur $] \frac{3}{2}, +\infty[\setminus \{2\}$ par : $f(x) = \begin{cases} a \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}, & \text{si } x < 2 \\ \frac{\sqrt{2x-3}-b}{x-2}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$. f admet une limite finie quand x tend vers 2 si et seulement si :

- $a = 2$ et $b = 1$
- $a > 0$ et $b > 0$
- $a = 2$ et $b > 0$
- $a = 0$ et $b = 1$

9.3.5 Fonction puissance

Question 270

Soit $f(x) = \frac{(2x)^x}{x^{(2x)}}$. Quelles sont les assertions vraies ?

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- f n'admet pas de limite en $+\infty$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

Continuité

Arnaud Bodin, Abdellah Hanani, Mohamed Mzari

10 Continuité | 123

10.1 Notion de fonctions | Facile | 123.00

Question 271

Quels arguments sont valides pour justifier que la fonction $x \mapsto \sin(x)$ n'est pas une fonction croissante sur \mathbb{R} ?

- $\sin(\pi) = \sin(0)$ et pourtant $\pi \neq 0$.