QCM:Suites

Suites réelles | 30

1 Suites | Facile |

Question 1

Soit (u_n) une suite réelle et $\ell \in \mathbb{R}$. Comment traduire $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$?

- ☐ $\forall \varepsilon > 0,\ \forall n \in \mathbb{N},\ |u_n - \ell| < \varepsilon$
- ☐ $\forall \varepsilon > 0,\ \exists n \in \mathbb{N},\ |u_n - \ell| < \varepsilon$
- ☐ $\forall \varepsilon > 0,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \in \mathbb{N},\ n > n_0 \Rightarrow |u_n - \ell| < \varepsilon$
- ☐ $\exists \varepsilon > 0,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \in \mathbb{N},\ n > n_0 \Rightarrow |u_n - \ell| < \varepsilon$

Question 2

Soit (u_n) une suite réelle. Comment traduire $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$?

- ☐ $\forall A > 0,\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_n > A$
- ☐ $\forall A > 0,\ \exists n \in \mathbb{N},\ u_n > A$
- ☐ $\exists A > 0,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \in \mathbb{N},\ n > n_0 \Rightarrow u_n > A$
- ☐ $\forall A > 0,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \in \mathbb{N},\ n > n_0 \Rightarrow u_n > A$

Question 3

Soit $u_n = \dfrac{n^2+1}{2n^2-1}$ et $v_n = \dfrac{2n+1}{n^2-1}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 2$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$

Question 4

Soit $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ et $v_n = \cos\left(\dfrac{n^2+1}{n^2-1}\pi\right)$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -1$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -1$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ n'existe pas

Question 5

Soit $u_n = 3^n - 2^n$ et $v_n = 3^n - (-3)^n$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ n'existe pas

Question 6

Soit $u_n = n\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$ et $v_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \mathrm{e}$

Question 7

Soit $u_n = \dfrac{\cos n}{2n+1}$ et $v_n = \dfrac{2n+\cos n}{2n+1}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ n'existent pas
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$

Question 8
Soit $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ La suite (u_n) est divergente.
- ☐ La suite (u_n) est strictement croissante.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$

Question 9
Soit $u_n = \ln\left(1 + n\mathrm{e}^{-n}\right)$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ La suite (u_n) est bornée.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$
- ☐ La suite (u_n) est divergente.

Question 10
Soit $u_n = \sqrt[n]{3 + \cos n}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ La suite (u_n) est bornée.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$
- ☐ La suite (u_n) est croissante.
- ☐ La suite (u_n) est divergente.

8.2 Suites | Moyen |

Question 11
Soit $u_n = \dfrac{2^{n+1} - 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ et $v_n = \dfrac{n2^{2n} - 3^n}{n2^{2n} + 3^n}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -3$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -3$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$

Question 12
Soit $u_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ et $v_n = \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)^n$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \mathrm{e}^{-1}$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \mathrm{e}^{-1}$
- ☐ La suite (u_n) est divergente.
- ☐ La suite (v_n) est divergente.

Question 13
Soit $u_n = \dfrac{2n^2+1}{n^2+1}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\forall \varepsilon > 0,\ \forall n \in \mathbb{N},\ |u_n - 2| < \varepsilon$
- ☐ $\exists \varepsilon > 0,\ \forall n \in \mathbb{N},\ |u_n - 2| < \varepsilon$
- ☐ $\forall n \in \mathbb{N},\ n > 10 \Rightarrow |u_n - 2| < 10^{-2}$
- ☐ $\forall \varepsilon > 0,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \in \mathbb{N},\ n > n_0 \Rightarrow |u_n - 2| < \varepsilon$

Question 14
Soient $u_n = \sqrt{n^2+4n-1} - n$ et $v_n = \dfrac{4n-1}{\sqrt{n^2+4n-1}+n}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 2$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 2$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$

Question 15
Soit $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ Pour tout $n \geqslant 1$, on a $u_n \leqslant 2 - \frac{1}{n}$.
- ☐ La suite (u_n) est divergente.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
- ☐ La suite (u_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \leqslant 2$.

Question 16
Soit $u_n = \sin\left(\frac{2n\pi}{3}\right)$ et $v_n = \sin\left(\frac{3}{2n\pi}\right)$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ La suite (u_n) diverge et la suite (v_n) converge.
- ☐ Les suites (u_n) et (v_n) sont divergentes.
- ☐ La suite (u_n) n'a pas de limite et $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$.
- ☐ $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$

Question 17
Soit $u_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ et $v_n = u_n + \frac{1}{n}$. Quelles sont les bonnes réponses ?
- ☐ Si les limites existent, alors $\lim_{n\to+\infty} u_n < \lim_{n\to+\infty} v_n$.
- ☐ Les suites (u_n) et (v_n) sont divergentes.
- ☐ Les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes.
- ☐ Les suites (u_n) et (v_n) convergent vers la même limite finie.

Question 18 Soit (u_n) une suite réelle. On suppose que $|u_{n+1}-1| \leqslant \frac{1}{2}|u_n-1|$ pour tout $n \geqslant 0$. Que peut-on en déduire ?
- ☐ La suite (u_n) est convergente et $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$.
- ☐ La suite (u_n) est divergente.
- ☐ Pour tout $n \geqslant 1$, $|u_n - 1| \leqslant \frac{1}{2^n}|u_0 - 1|$.
- ☐ $\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$

Question 19 Soit (u_n) une suite réelle. On suppose que $u_n \geqslant \sqrt{n}$ pour tout $n \geqslant 0$. Que peut-on en déduire ?
- ☐ La suite (u_n) n'est pas majorée.
- ☐ La suite (u_n) est croissante.
- ☐ La suite (u_n) est convergente.
- ☐ $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Question 20
Soit $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$. Quelles sont les bonnes réponses ?
- ☐ La suite (u_n) est croissante non majorée.
- ☐ La suite (u_n) est divergente.
- ☐ Pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 1 - \frac{1}{n+1}$.
- ☐ (u_n) est convergente et $\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$.

3 Suites | Difficile |

Question 21

Soient a et b deux réels tels que $a > b > 0$. On pose $u_n = \dfrac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$ et $v_n = \dfrac{na^{2n} - b^{2n}}{a^{2n} + b^{2n}}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ Les suites (u_n) et (v_n) sont divergentes.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et (v_n) est divergente.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$

Question 22

Soit $u_n = \left|\dfrac{1}{n} - \dfrac{2}{n} + \dfrac{3}{n} - \cdots + \dfrac{(-1)^{n-1}n}{n}\right|$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ La suite (u_n) est monotone.
- ☐ Les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers la même limite.
- ☐ La suite (u_n) est divergente.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$

Question 23

On considère les suites de termes généraux $u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^k}{k}$, $v_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^k}{k}$ et $w_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{2n+1} \frac{(-1)^k}{k}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ Les suites (v_n) et (w_n) sont convergentes.
- ☐ La suite (u_n) est convergente.
- ☐ La suite (u_n) est divergente.
- ☐ L'une au moins des suites (v_n) ou (w_n) est divergente.

Question 24

Soit $a > 0$. On définit par récurrence une suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ par $u_0 > 0$ et, pour $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n^2 + a^2}{2u_n}$. Que peut-on en déduire ?

- ☐ Le terme u_n n'est pas défini pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- ☐ $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n \geqslant a$, et $(u_n)_{n\geqslant 1}$ est décroissante.
- ☐ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - a| \leqslant \dfrac{|u_1 - a|}{2^n}$.
- ☐ La suite (u_n) est divergente.

Question 25 Soient (u_n) et (v_n) deux suites réelles. On suppose que (v_n) est croissante non majorée et que $v_n < u_n$ pour tout $n \geqslant 0$. Que peut-on en déduire ?

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n < \lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
- ☐ La suite (u_n) est divergente.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n \leqslant u_0$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Question 26 Soit (u_n) une suite croissante. On suppose que $u_{n+1} - u_n \leqslant \dfrac{1}{2^n}$ pour tout $n \geqslant 0$. Que peut-on en déduire ?

- ☐ (u_n) est divergente.
- ☐ (u_n) est bornée et $u_0 \leqslant u_n \leqslant u_0 + 2$.
- ☐ (u_n) est convergente et $u_0 \leqslant \lim\limits_{n\to+\infty} u_n \leqslant u_0 + 2$.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Question 27

Soit $(u_n)_{n\geqslant 0}$ la suite définie par $u_0 \geqslant 0$ et $u_{n+1} = \ln(1 + u_n)$. Que peut-on en déduire ?

- ☐ Une telle suite (u_n) n'existe pas.
- ☐ $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n \geqslant 0$, et (u_n) est décroissante
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

Question 28 Soit (u_n) une suite croissante. On suppose que $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{1}{2^n}$ pour tout $n \geqslant 0$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ (u_n) est majorée.
- ☐ (u_n) est divergente.
- ☐ (u_n) est convergente et $0 \leqslant \lim\limits_{n\to+\infty} u_n \leqslant 2$.
- ☐ $u_n = 0$ pour tout $n \geqslant 1$.

Question 29 Soit (u_n) une suite croissante. On suppose que $u_n + \dfrac{1}{n+1} \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \geqslant 0$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ (u_n) est majorée.
- ☐ (u_n) est divergente.
- ☐ (u_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \geqslant 0$.
- ☐ $u_n = 0$ pour tout $n \geqslant 1$.

Question 30

On admet que $\forall x \in [0,1[$, $\ln(1+x) \leqslant x \leqslant -\ln(1-x)$. Soit $u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$, $n \geqslant 1$. Quelles sont les bonnes réponses ?

- ☐ La suite (u_n) est croissante non majorée.
- ☐ Pour tout $n \geqslant 1$, $\ln\left(\dfrac{2n+1}{n+1}\right) \leqslant u_n \leqslant \ln(2)$.
- ☐ (u_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ln(2)$.
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$