correction d'Exercices:Termes d'une suite

Corrigé de l'exercice 1

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_3 = 5$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au terme précédent auquel on ajoute 6, on a : $u_4 = u_3 + 6 = 5 + 6 = 11$; $u_5 = u_4 + 6 = 11 + 6 = 17$; $u_6 = u_5 + 6 = 17 + 6 = 23$; $u_7 = u_6 + 6 = 23 + 6 = 29$.

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = 29$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 11$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 17$.

►2. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie pour $n \geq 0$ par : $u_n = 3n^2 + 4n - 5$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = 3 \times 4^2 + 4 \times 4 - 5 = 48 + 16 - 5 = 59$. La solution est $u_4 = 59$.

b) Le terme de rang 4 est u_4. Ce terme a déjà été calculé, et $u_4 = 59$.

c) On a : $u_5 = 3 \times 5^2 + 4 \times 5 - 5 = 75 + 20 - 5 = 90$. La solution est donc : $u_5 = 90$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geq 3$, par :

$$\begin{cases} u_3 = 4 \\ \text{Pour tout } n \geq 3 : u_{n+1} = 3u_n + 8. \end{cases}$$

$$u_4 = 3u_3 + 8 = 3 \times 4 + 8 = 20$$
$$u_5 = 3u_4 + 8 = 3 \times 20 + 8 = 68$$
$$u_6 = 3u_5 + 8 = 3 \times 68 + 8 = 212$$
$$u_7 = 3u_6 + 8 = 3 \times 212 + 8 = 644$$

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = 644$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 20$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 68$.

Corrigé de l'exercice 2

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de u est $u_2 = -10$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'inverse du précédent, on a : $u_3 = \frac{1}{u_2} = \frac{1}{-10} = -\frac{1}{10}$; $u_4 = \frac{1}{u_3} = \frac{1}{-\frac{1}{10}} = -10$; $u_5 = \frac{1}{u_4} = \frac{1}{-10} = -\frac{1}{10}$; $u_6 = \frac{1}{u_5} = \frac{1}{-\frac{1}{10}} = -10$; $u_7 = \frac{1}{u_6} = \frac{1}{-10} = -\frac{1}{10}$.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = -\frac{1}{10}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = -10$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = -10$.

►2. La suite (u_n) est définie pour $n \geq 0$ par : $u_n = 10n - 6$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5. Le terme demandé est donc : $u_5 = 10 \times 5 - 6 = 44$. La solution est $u_5 = 44$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 10 \times 6 - 6 = 54$. La solution est donc : $u_6 = 54$.

c) On a : $u_4 = 10 \times 4 - 6 = 34$. La solution est donc : $u_4 = 34$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geq 2$, par :

$$\begin{cases} u_2 = 10 \\ \text{Pour tout } n \geq 2 : u_{n+1} = u_n - 4. \end{cases}$$

$$u_3 = u_2 - 4 = 10 - 4 = 6$$
$$u_4 = u_3 - 4 = 6 - 4 = 2$$
$$u_5 = u_4 - 4 = 2 - 4 = -2$$
$$u_6 = u_5 - 4 = -2 - 4 = -6$$
$$u_7 = u_6 - 4 = -6 - 4 = -10$$

a) Calcul du sixième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = -10$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = -6$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = 2$.

Corrigé de l'exercice 3

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_1 = 0$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au quadruple du précédent, on a : $u_2 = 4u_1 = 4 \times 0 = \frac{0}{1} = 0$; $u_3 = 4u_2 = 4 \times 0 = \frac{0}{1} = 0$; $u_4 = 4u_3 = 4 \times 0 = \frac{0}{1} = 0$; $u_5 = 4u_4 = 4 \times 0 = \frac{0}{1} = 0$; $u_6 = 4u_5 = 4 \times 0 = \frac{0}{1} = 0$; $u_7 = 4u_6 = 4 \times 0 = \frac{0}{1} = 0$.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4 ; le cinquième terme est u_5 ; le sixième terme est u_6 ; le septième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = 0$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 0$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 0$.

►2. La suite (u_n) est définie pour $n \geq 0$ par : $u_n = \frac{3^n}{3n}$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5 ; le septième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = \frac{3^6}{3\times6} = \frac{729}{18} = \frac{81}{2}$. La solution est $u_6 = \frac{81}{2}$.

b) Le terme de rang 4 est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = \frac{3^4}{3\times4} = \frac{81}{12} = \frac{27}{4}$. La solution est donc : $u_4 = \frac{27}{4}$.

c) On a : $u_5 = \frac{3^5}{3\times5} = \frac{243}{15} = \frac{81}{5}$. La solution est donc : $u_5 = \frac{81}{5}$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geq 1$, par :

$$\begin{cases} u_1 = -8 \\ \text{Pour tout } n \geq 1 : u_{n+1} = u_n + 4. \end{cases}$$

$$u_2 = u_1 + 4 = -8 + 4 = -4$$
$$u_3 = u_2 + 4 = -4 + 4 = 0$$
$$u_4 = u_3 + 4 = 0 + 4 = 4$$
$$u_5 = u_4 + 4 = 4 + 4 = 8$$
$$u_6 = u_5 + 4 = 8 + 4 = 12$$
$$u_7 = u_6 + 4 = 12 + 4 = 16$$

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_1 ; le deuxième terme est u_2 ; le troisième terme est u_3 ; le quatrième terme est u_4 ; le cinquième terme est u_5 ; le sixième terme est u_6 ; le septième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = 16$.

b) Le terme de rang 4 est : $u_4 = 4$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 8$.

Corrigé de l'exercice 4

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de (u_n) est $u_0 = 5$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal au terme précédent auquel on ajoute 7, on a : $u_1 = u_0 + 7 = 5 + 7 = 12$; $u_2 = u_1 + 7 = 12 + 7 = 19$; $u_3 = u_2 + 7 = 19 + 7 = 26$; $u_4 = u_3 + 7 = 26 + 7 = 33$; $u_5 = u_4 + 7 = 33 + 7 = 40$; $u_6 = u_5 + 7 = 40 + 7 = 47$.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5 ; le septième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 47$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = 47$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = 40$.

►2. La suite u est définie pour $n \geq 2$ par : $u_n = n + 5$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6 ; le sixième terme est u_7 ; le septième terme est u_8. Le terme demandé est donc : $u_8 = 8 + 5 = 13$. La solution est $u_8 = 13$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = 6 + 5 = 11$. La solution est donc : $u_6 = 11$.

c) On a : $u_5 = 5 + 5 = 10$. La solution est donc : $u_5 = 10$.

►3. La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geq 0$, par :

$$\begin{cases} u_0 = -6 \\ \text{Pour tout } n \geq 0 : u_{n+1} = 5u_n. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
u_1 &= 5u_0 = 5 \times (-6) = -30 \\
u_2 &= 5u_1 = 5 \times (-30) = -150 \\
u_3 &= 5u_2 = 5 \times (-150) = -750 \\
u_4 &= 5u_3 = 5 \times (-750) = -3750 \\
u_5 &= 5u_4 = 5 \times (-3750) = -18750 \\
u_6 &= 5u_5 = 5 \times (-18750) = -93750
\end{aligned}$$

a) Calcul du septième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4 ; le sixième terme est u_5 ; le septième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = -93750$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = -93750$.

c) Nous avons calculé que : $u_5 = -18750$.

Corrigé de l'exercice 5

►1. Selon l'énoncé, le premier terme de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $u_0 = -4$. Puisque chaque terme (sauf le premier) est égal à l'opposé du précédent, on a : $u_1 = -u_0 = 4$; $u_2 = -u_1 = -4$; $u_3 = -u_2 = 4$; $u_4 = -u_3 = -4$; $u_5 = -u_4 = 4$; $u_6 = -u_5 = -4$.

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_0 ; le deuxième terme est u_1 ; le troisième terme est u_2 ; le quatrième terme est u_3 ; le cinquième terme est u_4. Le terme demandé est donc : $u_4 = -4$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = -4$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = -4$.

►**2.** La suite (u_n) est définie pour $n \geq 2$ par : $u_n = \frac{4}{5}n - 6$. Elle est donc définie par son terme général : pour calculer un terme de rang n, on peut calculer directement l'image de n par la suite.

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_2 ; le deuxième terme est u_3 ; le troisième terme est u_4 ; le quatrième terme est u_5 ; le cinquième terme est u_6. Le terme demandé est donc : $u_6 = \frac{4}{5} \times 6 - 6 = \frac{24}{5} - \frac{6\times5}{5} = \frac{24-30}{5} = \frac{-6}{5}$. La solution est $u_6 = \frac{-6}{5}$.

b) Le terme de rang 6 est u_6. Ce terme a déjà été calculé, et $u_6 = \frac{-6}{5}$.

c) On a : $u_4 = \frac{4}{5} \times 4 - 6 = \frac{16}{5} - \frac{6\times5}{5} = \frac{16-30}{5} = \frac{-14}{5}$. La solution est donc : $u_4 = \frac{-14}{5}$.

►**3.** La suite (u_n) est définie par récurrence, pour $n \geq 3$, par :

$$\begin{cases} u_3 = 9 \\ \text{Pour tout } n \geq 3 : u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_4 &= \frac{1}{4}u_3 = \frac{1}{4} \times 9 = \frac{9}{4} \\ u_5 &= \frac{1}{4}u_4 = \frac{1}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{16} \\ u_6 &= \frac{1}{4}u_5 = \frac{1}{4} \times \frac{9}{16} = \frac{9}{64} \\ u_7 &= \frac{1}{4}u_6 = \frac{1}{4} \times \frac{9}{64} = \frac{9}{256} \end{aligned}$$

a) Calcul du cinquième terme : le premier terme est u_3 ; le deuxième terme est u_4 ; le troisième terme est u_5 ; le quatrième terme est u_6 ; le cinquième terme est u_7. Le terme demandé est donc : $u_7 = \frac{9}{256}$.

b) Le terme de rang 6 est : $u_6 = \frac{9}{64}$.

c) Nous avons calculé que : $u_4 = \frac{9}{4}$.