Cours arithmétique avec **Exercices avec solutions** **PROF : ATMANI NAJIB**
Tronc CS

http://xriadiat.e-monsite.com

I) L'ensemble des nombres entiers naturels
II) Diviseurs et multiples d'un nombre entier naturel
III)Les nombres pairs et impairs
IV)Les nombres premiers
V) le plus grand commun diviseur
VI) le plus petit commun multiple

Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers

I) L'ensemble $\mathbb{N}$

1)Définition : Tous les entiers naturels composent un ensemble. On note : $\mathbb{N}=\{0;1;2;...\}$

$\mathbb{N}$: C'est l'ensemble des entiers naturels
0, 1, 2 et 5676 sont des entiers naturels
Par contre -45 n'en est pas un.

Remarque : 1) On dit que ces entiers sont naturels car ce sont ceux que l'on utilise naturellement dans la vie de tous les jours.
2)Il existe une infinité d'entiers naturels

2)Vocabulaire et symbole :
a) Le nombre 0 est le nombre entier naturel nul.
b)Les nombres entiers naturels non nuls composent un ensemble, nous le notons par le symbole :
$\mathbb{N}^*=\{1;2;...\}=\mathbb{N}-\{0\}$

c)7 est un nombre entier naturel, on écrit : $7\in\mathbb{N}$
on lit : 7 appartient a $\mathbb{N}$

d)(-3) n'est pas un nombre entier naturel, on écrit $-3\notin\mathbb{N}$
on lit : -3 n'appartient pas a $\mathbb{N}$

Exercice : compléter par : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$-4...\mathbb{N}$; $\frac{2}{3}...\mathbb{N}$; $\sqrt{2}...\mathbb{N}$; $\frac{8}{2}...\mathbb{N}$; $-\frac{15}{3}...\mathbb{N}$; $12-32...\mathbb{N}$;

$\sqrt{25}...\mathbb{N}$; $2,12...\mathbb{N}$; $0...\mathbb{N}^*$: $-\frac{\sqrt{100}}{3}...\mathbb{N}$

$2.12...\mathbb{N}$; $\pi...\mathbb{N}$; $\{1;2;7\}...\mathbb{N}$; $\{4;-2;12\}...\mathbb{N}$; $\mathbb{N}^*...\mathbb{N}$

Solutions : $-4.\notin\mathbb{N}$; $\frac{2}{3}\notin\mathbb{N}$; $\sqrt{2}\notin\mathbb{N}$; $\frac{8}{2}\in\mathbb{N}$; $-\frac{15}{3}\notin\mathbb{N}$;

$12-32\notin\mathbb{N}$; $\sqrt{25}\in\mathbb{N}$; $2,12\notin\mathbb{N}$; $0\notin\mathbb{N}^*$

$\frac{\sqrt{100}}{2}\in\mathbb{N}$; $2.12\notin\mathbb{N}$; $\pi\notin\mathbb{N}$; $\{1;2;7\}\subset\mathbb{N}$; $\{4;-2;12\}\not\subset\mathbb{N}$

$\mathbb{N}^*\subset\mathbb{N}$

II) Diviseurs et multiples d'un nombre entier naturel

1)Définition :Soit a $\in$ IN, b $\in$ IN* :
On dit que a est un **multiple** de b ou que b est un **diviseur** de a s'il existe un entier naturel k tel que a = k×b
On dit aussi que b est un **diviseur** de a.

Remarque : tout nombre entier naturel non nul *a* admet au moins deux diviseurs, 1 et *a*.
Le nombre 0 est un multiple de tous les nombres entiers naturels.
- Le nombre 1 est un diviseur de tous les nombres entiers naturels.

Exemple : On a : 145 = 5*29 alors : 5 et 29 sont des diviseurs de 145
12 = 4 × 3 = 1 × 12 = 6 × 2
4, 3, 1, 12, 6 et 2 sont des diviseurs de 12
par contre 5 n'est pas un diviseur de 12 car
12 ÷ 5 $\notin$ IN

Exercice : déterminer les multiples de 9 comprises entre :23 et 59

Solutions : les multiples de 9 s'écrivent sous la forme : $9k$ avec : $k\in\mathbb{N}$
$23\le 9k\le 59$ donc : $23/9\le k\le 59/9$
donc : $2.5\le k\le 6.5$ donc : $k\in\{3;4;5;6\}$
donc : les multiples de 9 comprises entre :23 et 59 sont :
9×3 ; 9×4; 9×5; 9×6
Cad : 45 ;36 :45 ;54

2)Critères de divisibilité
soit n un nombre entier naturel , n est divisible par :
a)2 si et seulement si son nombre d'unités est :
0, 2, 4, 6 ou 8.
b)3 si et seulement si la somme de ces chiffres est divisible par 3 .
c)4 si et seulement si le nombre formé par ces deux derniers chiffres est divisible par 4.
d)5 si et seulement si son nombre d'unités est : 0 ou 5.
e)9 si et seulement si la somme de ces chiffres est divisible par 9 .

Exemples :-Le nombre 4725 est divisible par 5 car se termine par 5 .
- Le nombre 4725 est divisible par 3 et 9 car le nombre 18=(4+7+2+5) est un multiple de 3 et de 9 .
- Le nombre 1628 est divisible par 2 car son chiffre d'unités est 2 .
- Le nombre 1628 est un multiple de 4 car le nombre 28 formé par ces deux derniers chiffres est un multiple de 4 .

Exercice : déterminer le chiffre x pour que le nombre : $\overline{532x}$ Soit divisible par 9

Solutions : on a $0\le x\le 9$
le nombre : $\overline{532x}$ est divisible par 9 ssi : $5+3+2+x=10+x$ est un multiple de 9 donc : on donnant a x les valeurs entre 0 et 9 on trouve que $x=8$

Exercice : on pose : $x=3\times5\times7\times12$ et $y=2\times5\times3\times5$

Sans calculer x et y monter que :

1)75 divise y

2)105 divise x

Solutions : 1)on a $y=2\times5\times3\times5$ cad $y=2\times75$

Donc : 75 divise y

2) on a $x=3\times5\times7\times12$ cad $x=105\times12$

Donc : 105 divise x

III)Les nombres pairs et impairs

Activité :

Ecris ces nombres sous la forme 2x ... ou (2x ...) +1

les nombres suivants : 68 ;69; 86 ; 87 ; 92; 93

Solutions :

68 = 2 x 34 69 = (2 x 34) + 1 86 = 2 x 43

87 = (2 x 43) + 1 92 = 2 x 46 93 = (2 x 46) + 1

Règle 1 : Les nombres pairs sont terminés par 0, 2, 4, 6, 8

Les nombres impairs sont terminés par 1, 3, 5, 7, 9

Règle 2 : un nombre pair peut s'écrire 2x ...

un nombre impair peut s'écrire 2x ...+1

Définition1 : on dit qu'un nombre pair s'il est un multiple de 2 ou s'il existe un

Entier naturel k tel que n = 2.k

Exemple : 6 = 2 x 3 k =3 donc 6 est nombre pair

Définition2 : on dit qu'un nombre impair s'il existe un entier naturel k tel que n = 2.k+1

Exemple : 11 = 2 x 5+1 k =5 donc 11 est nombre impair

Exercice : $a\in\mathbb{N}$ et $b\in\mathbb{N}$

Montrer que si a est pair et b impair alors la somme est un nombre impair.

Solution : a est pair alors : $a=2k$ avec $k\in\mathbb{N}$

b Impair alors : $b=2k'+1$ avec $k'\in\mathbb{N}$

$$a+b=2k+2k'+1=2(k+k')+1=2k''+1$$

Donc : $a+b$ est un nombre impair

Exercice : $a\in\mathbb{N}$

Montrer que si a est impair alors a^2 est un nombre impair

Solution : a est impair alors : $a=2k+1$ avec $k\in\mathbb{N}$

$a^2=(2k+1)=(2k)^2+2\times2k\times1+1^2=4k^2+4k+1$

Donc : $a^2=2(k^2+2k)+1=2k''+1$ avec $k^2+2k=k''$

Donc : a^2 est un nombre impair

Exercice : $a\in\mathbb{N}$

Montrer que si a^2 est impair alors a est un nombre impair

Solution : on suppose que a est pair alors a^2 est un nombre pair or a^2 est impair donc : contradiction

Donc : a est un nombre impair

Remarques : Un nombre entier naturel est soit paire soit impaire, et on a les résultats suivants :

Nombres	a	b	$a+b$	$a-b$	$a\times b$
Parité des nombres	pair	pair	pair	pair	pair
	impair	impair	pair	pair	impair
	pair	impair	impair	impair	pair

Exercice : Montrer que le produit de Deux nombres consécutifs est un nombre pair

Exercice : Déterminer la parité des nombres suivants :

$n\in\mathbb{N}$ et $m\in\mathbb{N}$

1) 375^2+648^2 2) $2n+16$ 3) $10n+5$ 4) $18n+4m+24$

5) $2n^2+7$ 6) $8n^2+12nm+3$ 7) $26n+10m+7$

8) $n^2+11n+17$ 9) $n^2+7n+20$ 10) $(n+1)^2+7n^2$

11) n^2+5n 12) n^2+8n 13) n^2+n 14) n^3-n

15) $5n^2+n$ 16) $4n^2+4n+1$ 17) $n^2+13n+17$ 18) $n+(n+1)+(n+2)$

Solution : 1) 375^2+648^2

648^2 Est paire car le carré d'un nombre pair

375^2 est impair car le carré d'un nombre impair

375^2+648^2 C'est la la somme d'un nombre impair Et un nombre pair donc c'est un nombre impair

2) $2n+16=2(n+8)=2\times k$ avec $k=n+8$

Donc $2n+16$ est un nombre pair

3) $10n+5=2(5n+2)+1=2\times k+1$ avec $k=5n+2$

Donc $10n+5$ est un nombre impair

4) $18n+4m+24=2(9n+2m+12)=2k$

Avec : $k=9n+2m+12$

Donc $18n+4m+24$ est un nombre pair

5) $2n^2+7=2n^2+6+1=2(n^2+3)+1=2k+1$

Avec : $k=n^2+3$ Donc $2n^2+7$ est un nombre impair

6) $8n^2+12nm+3=2(4n^2+4nm+1)+1=2k+1$

Avec : $k=4n^2+4nm+1$

Donc $8n^2+12nm+3$ est un nombre impair

7) $26n+10m+7=2(13n+5m+3)+1=2k+1$

Avec : $k=13n+5m+3$

Donc $26n+10m+7$ est un nombre impair

8)

$n^2+11n+17=n^2+n+10n+16+1=n(n+1)+2(5n+8)+1$

$n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

$n^2+11n+17=2k+2k'+1=2(k+k')+1=2k''+1$

Avec $k'=6n+8$ et $k''=k+k'$

Donc $n^2+11n+17$ est un nombre impair

9)

$n^2+7n+20=n^2+n+6n+20=n(n+1)+2(3n+10)$

$n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

$n^2+7n+20=2k+2k'+1=2(k+k')=2k''$

Donc $n^2+7n+20$ est un nombre pair

10)

$(n+1)^2+7n^2=n^2+2n+1+7n^2=8n^2+2n+1=2(4n^2+n)+1=2k+1$

Donc $(n+1)^2+7n^2$ est un nombre impair

11)

$n^2+5n=n^2+n+4n=n(n+1)+4n=2k+4n=2(k+2n)$

Car $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

Donc n^2+5n est un nombre pair

12) étude de la parité n^2+8n

1cas : n pair

$n^2=n\times n$ est aussi pair car le carré d'un nombre pair et $8n=2\times 4n=2\times k$ est pair

Donc : n^2+8n est pair C'est la la somme de deux Nombre pair

2cas : n impair

$n^2=n\times n$ est aussi impair car le carré d'un nombre impair et $8n=2\times 4n=2\times k$ est pair

Donc : n^2+8n est impair C'est la la somme d'un nombre pair et un nombre impair

13) $n^2+n=n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

14) $n^3-n \quad n\in\mathbb{N}$

$n^3-n=n(n^2-1)=n(n^2-1^2)=n(n-1)(n+1)$

$n^3-n=(n-1)\times n\times(n+1)$

est le produit de trois nombres consécutifs donc est un nombre pair

15) $5n^2+n \quad n\in\mathbb{N}$

$5n^2+n=4n^2+n^2+n=4n^2+n(n+1)=2\times 2n^2+2k=2\times(2n^2+k)=2\times k'$

Avec : $k'=6n+8$ et $k''=k+k'$

Car $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

donc $5n^2+n$ est un nombre pair

16) $4n^2+4n+1 \quad n\in\mathbb{N}$

$4n^2+4n+1=(2n)^2+2\times 2n\times 1+1^2=(2n+1)^2$

donc est un nombre impair car $2n+1$ est un nombre impair et la carré d'un nombre impair est impair

17) $n^2+13n+17$

$n^2+13n+17=n^2+n+12n+16+1=n(n+1)+2k'+1$

$=2k+2k'+1=2(k+k')+1=2k''+1$

Car $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

donc $n^2+13n+17$ est un nombre impair

18) $n+(n+1)+(n+2)$

1cas : n pair

$n+(n+1)+(n+2)$ est impair

2cas : n impair

$n+(n+1)+(n+2)$ est pair

Exercice7: $n\in\mathbb{N}$

On pose : $x=2n+7$ et $y=4n+2$

1) montrer que : x est impair et que y est pair

2) montrer que : $x+y$ est un multiple de 3

Solution : 1)

$x=2n+7=2n+6+1=2(n+3)+1=2k+1$

Avec : $k=n+3$ donc : x est impair

$y=4n+2=2(2n+1)=2k$

Avec : $k=2n+1$ donc : y est pair

2) $x+y=2n+7+4n+2=6n+9=3(2n+3)=3k$

Avec : $k=2n+3$ donc : $x+y$ est un multiple de 3

IV). NOMBRES PREMIERS

1)Définition Un nombre entier naturel est dit **premier** s'il admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même

Exemples : 7 est un nombre premier car les seuls diviseurs de 7 sont 7 et 1.

4 n'est pas premier car il est divisible par 2.

12 n'est pas premier et 5 est premier

Les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 sont :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97.

Remarques: 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur : 1

2 est le seul nombre premier pair

Il y a une infinité de nombre premier

Exercice7:

Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? justifier votre réponse ?

0 ; 1 ; 2 ; 17 ; 21 ; 41 ; 87 ; 105 ; 239 ;2787 ; 191 ;1004001

Solution : 1)

0 n'est pas premier car tous les nombres divise 0

1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur : 1

2 est premier car admet exactement deux diviseurs

17 est premier car admet exactement deux diviseurs

21 n'est pas premier car 3 divise 21 $(21=7\times 3)$

41 est premier car admet exactement deux diviseurs

87 n'est pas premier car 3 divise 87 $(87=29\times 3)$

105 n'est pas premier car 5 divise 105 $(105=5\times 21)$

2)Est ce que 239 est premier ? on utilise une technique :

On cherche les les nombres premiers p qui vérifient :

$p^2\le 239$

Les nombres sont : 2 ;3 ;5 ;7 ;11 ;13 et aucun ne divise 239

Donc 239 est premier

2787 n'est pas premier car la somme des chiffres est 24 un multiple de 3 donc 3 divise 2787

3) Est ce que 191 est premier ? on utilise une technique :

On cherche les les nombres premiers p qui vérifient :

$p^2\le 191$

Les nombres sont : 2 ;3 ;5 ;7 ;11 ;13 et aucun ne divise 191 Donc 191 est premier

4)1004001n'est pas premier car la somme des chiffres est 6 un multiple de 3 donc 3 divise 1004001

2)Décomposition en produit de facteurs premiers

Par exemple, 15 n'est pas premier : 15 = 5 × 3. Les nombres 5 et 3 sont premiers. Ainsi le nombre 15 est égal à un produit de nombres premiers.

Théorème1 : tout entier naturel non premier se décompose en produit de facteurs premiers

Exemples : $28 = 2\times 14 = 2\times 2\times 7 = 2^2\times 7$ C'est trouver tous les diviseurs premiers d'un nombre.

$50 = 2\times 5^2$; $360 = 2^3\times 3^2\times 5$

Remarque : on peut démontrer que cette décomposition est unique.

Exercice : décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 60 et en déduire tous les diviseurs de 60

Solution :

$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$

L'ensemble des diviseurs de 60 est :

$$D_{60} = \{1;2;3;4;5;6;10;12;15;20;30;60\}$$

Exercice : décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 1344 et en déduire le nombre de diviseurs de 1344

1344	2
672	2
336	2
168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

Solution : technique : $60 = 2^6 \times 3 \times 7$

Application1 :

1. Simplifier des fractions

$$\frac{84}{60} = \frac{2\times2\times3\times7}{2\times2\times3\times5} = \frac{7}{5} \longleftarrow \text{ Fraction irréductible}$$

2. Simplifier des racines carrées

$$\sqrt{2100} = \sqrt{2\times2\times3\times5\times5\times7}$$
$$= \sqrt{2^2\times3\times5^2\times7}$$
$$= \sqrt{\left(2^2\times5^2\right)\times3\times7}$$
$$= \sqrt{(2\times5)^2}\times\sqrt{3\times7}$$
$$= 2\times5\times\sqrt{21}$$
$$= 10\sqrt{21}$$

V) . le plus grand commun diviseur

Définition : Soient a et b deux entiers non nuls

Le PGCD de a et b est le plus grand diviseur commun des nombres a et b. On le note PGCD (a ; b) ou a v b

Exemple :

Les diviseurs du nombre 12 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Pour le nombre 15 sont : 1, 3, 5, 15.

Alors PGCD (12 ;15) = 3 ou 15 v 12 = **3**

- **METHODES POUR TROUVER LE PGCD**

Propriété : Le plus grand diviseur commun de deux nombres est le produit des facteurs communs munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de a et b .

Exemple :

1) décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 50 ; 360 ; 60 ;24 ;56 ;14 ; 42

2)calculer : *PGCD (50 ; 360) ; PGCD (60 ; 50) PGCD (56 ; 14) ; PGCD (56 ; 42) ; PGCD (24 ; 60)*

Solution :1)

$50 = 2 \times 5^2$; $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$

$24 = 2 \times 12 = 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$

$56 = 2 \times 28 = 2 \times 2 \times 14 = 2\times2\times2\times7 = 2^3 \times 7$

$14 = 2 \times 7$ et $42 = 2 \times 3 \times 7$

2)Donc PGCD(50 ; 360) = 2× 5= 10

Donc PGCD(60 ; 50) = 2× 5= 10

Donc PGCD(56 ; 14) = 2× 7= 14

Donc PGCD(56 ; 42) = 2× 7= 14

Donc PGCD(24 ; 60) = $2^2 \times 3 = 12$

VI) . Le plus petit commun multiple

1-Définition

Soient a et b deux entiers non nuls.

PPCM de a et b est le plus petit multiple commun des nombres a et b. On le note PPCM (a ; b).

Exemple : *Les multiples du nombre 12 sont : 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, … .*

Les multiples du nombre 8 sont : 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48.. .

Alors PPCM (12 ;8) = 24.

METHODES POUR TROUVER LE PPCM

Propriété : Le plus petit multiple commun de deux nombres est le produit des facteurs communs munis Du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition de a et b .

Exemple :

1) décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 170 ; 68 ; 60 ;220 ;340

2)calculer : *PPCM (68 ; 170); PPCM (220 ; 340)*

Solution :1) *170 = 2 × 5 × 17*

$68 = 2 \times 2 \times 17 = 2^2 \times 17$

$220 = 2 \times 2 \times 5 \times 11 = 2^2 \times 5 \times 11$

$340 = 2 \times 2 \times 5 \times 17 = 2^2 \times 5 \times 17$

2)Donc PPCM (68 ; 170) $= 2^2 \times 5 \times 17 = 340$

Donc PPCM (220 ; 340) $= 2^2 \times 5 \times 11 \times 17 = 3740$

Exercice : simplifier une expression avec radicaux :

$B = \sqrt{63} \times \sqrt{105}$

Solution : On décompose chacun des nombres 63 et 105.

$63 = 3 \times 21 = 3 \times 3 \times 7 = 3^2 \times 7$

$105 = 3 \times 35 = 3 \times 5 \times 7$

d'où $B = \sqrt{63 \times 105} = \sqrt{3^2 \times 7 \times 3 \times 5 \times 7} = 3 \times 7\sqrt{3 \times 5}$ $= 21\sqrt{15}$.

Exercice :soit n est un nombre entier naturel impair

1)verifier que $n^2 - 1$ est un multiple de 8 dans cas suivants : $n=1$; $n=3$; $n=5$; $n=7$

2)montrer que $n^2 - 1$ est un multiple de 4 si n est impair

3)montrer que $n^2 - 1$ est un multiple de 8 si n est impair

4)en déduire que : $n^4 - 1$ est un multiple de 16 si n est impair

5) montrer que si n et m sont impairs alors :

$n^2 + m^2 + 6$ est un multiple de 8

Solution :1) si $n=1$ alors $1^2-1=0$ est un multiple de 8

Si $n=3$ alors $3^2-1=8$ est un multiple de 8

Si $n=5$ alors $5^2-1=24$ est un multiple de 8

Si $n=7$ alors $7^2-1=48$ est un multiple de 8

2) n *est impair* donc : $n = 2k+1$

Donc : $n^2 - 1 = (2k+1)^2 - 1 = (2k)^2 + 2\times2k\times1 + (1)^2 - 1$

$n^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4(k^2 + k) = 4 \times k'$

Avec $k' = k^2 + k$

Donc : $n^2 - 1$ *est un multiple de 4*

3)on a trouvé : $n^2 - 1 = 4k(k+1)$

Or $k(k+1)$ est le produit de deux nombres consécutifs donc est un nombre pair donc : $k(k+1) = 2k'$

Donc : $n^2 - 1 = 8k'$

Donc : $n^2 - 1$ est un multiple de 8

4) $n^4 - 1 = \left(n^2\right)^2 - 1^2 = \left(n^2 - 1\right)\left(n^2 + 1\right)$

Et *on a trouvé que:* $n^2 - 1 = 4k'$

Et *on a :* $n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 = 4\left(k^2 + k + 1\right) = 4 \times k''$

Donc : $n^4 - 1 = \left(n^2 - 1\right)\left(n^2 + 1\right) = \left(4k'\right)\left(4k''\right) = 16k'''$

Donc : $n^4 - 1$ est un multiple de 16

5) *on a trouvé que:* $n^2 - 1$ est un multiple de8

Donc : $n^2 - 1 = 8k$ donc : $n^2 = 8k + 1$

De même on a : : $m^2 - 1$ est un multiple de8

Donc : $m^2 - 1 = 8k'$ donc : $m^2 = 8k' + 1$

$n^2 + m^2 + 6 = 8k + 1 + 8k' + 1 + 6 = 8k + 8k' + 8 = 8\left(k + k' + 1\right) = 8k''$

Donc : $n^2 + m^2 + 6$ est un multiple de 8

Exercices

Exercice1 :

1) Donner tous les multiples de 14 inférieur à 80.
2) Donner tous les multiples de 25 compris entre 50 et 170.
3) Donner les diviseurs de chacun des nombres 8 ;36 ;24 ;30 ;2 et 5.
4) Donner tous les nombres premier inférieur à 60.
5) Est-ce que13 divise 704 ? justifier votre repense ?
6) Est-ce que 2352 est un multiple de 21 ? justifier votre réponse ?

Exercice2 : décomposer les nombres suivants en produit de puissances de facteurs premiers :
161 ; 144 ; 10000 ; 23000 ; 1080 ; 1400x49

Exercice3 : à l'aide de décomposition en facteurs premiers simplifier la fraction suivante : $\frac{612}{1530}$ et écrire : $\sqrt{612 \times 1530}$ sous la forme $m\sqrt{n}$ avec m et n entiers

Solution : $612 = 2^2 \times 3^2 \times 17$ et $1530 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \times 17$

$PGCD\left(1530;612\right) = 2^1 \times 3^2 \times 17 = 153$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530} = \frac{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 17} = \frac{5}{2}$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530} = \frac{612 \div 153}{1530 \div 153} = \frac{5}{2}$

$\sqrt{612 \times 1530} = \sqrt{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 2^2 \times 3^2 \times 17^2}$

$\sqrt{612 \times 1530} = \sqrt{2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{17^2}$

$\sqrt{ab} = \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{5} \times 2 \times 3 \times 17 = 306 \times \sqrt{10}$

Exercice4: déterminer le plus grand diviseur commun de x et y dans chaque cas :

1) x=75 et y= 325.
2) x=330 et y= 420.
3) x=214 et y= 816.
4) x=575 et y= 1275.
5) x=132 et y= 666.

Exercice5: déterminer le plus petit multiple commun de x et y dans chaque cas :

6) x=75 et y= 325.
7) x=330 et y= 420.
8) x=214 et y= 816.
9) x=575 et y= 1275.
10) x=132 et y= 666.

Exercice6:

- Est-ce que 111111 est un nombre premier ? justifier votre repense ?
- Montrer que1000000001 ; 3^{20} - 1 et 123 4 5 6^3ne sont pas des nombres premiers.
- Montrer que 499999^2 + 999999 est divisible par 25.

Exercice7: déterminer les nombres pairs et les nombres impairs :2^2 +1 ; 15^2x 9^2 ; 15^2 -13^2 ; 642 x 97681 ; $(41^2+765^2)^7$; 2176543 x 34569820 ; 97^3 x 97^2 ; 2n + 8 ; $4n^2$ +1 ; n (n +1)
$3n^2$ + n ; n + (n + 1) + (n + 2) ; $5n^2$ + 5n +1 ; $8n^2$ + 8n +1 (n + 1)(n + 2)(n + 3) ; $2n^2$ + 4n + 7 ; 20122n + 20092 ; (2n + 5)(2n + 6) n (n + 3) ; 1 + $(n +1)^2$ + $(n + 2)^2$; n^2 - 3n + 4 ; n^2 + 3n + 4

Exercice8 : Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

1) Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ?
2) Préciser le nombre de déplacement par laps de temps

Dans les exercices, n est un entier naturel

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien