

Les polynômes

Exercice1 : Déterminer parmi les expressions suivantes ceux qui sont des polynômes et déterminer si c'est possible leurs degrés : $a \in \mathbb{R}$

$$P(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \sqrt{3} ; Q(x) = 2x^2 - x - \sqrt{x}$$

$$R(x) = 5|x^2| + 4|x| - 5 ; M(x) = \frac{5}{3}x^2 + x + 2 - 7x^4$$

$$N(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 3 ; O(x) = 4 ; E(x) = (a-1)x^4 + x^2 + x + 1$$

Solution :

$P(x)$ est un polynôme et $d^\circ P = 3$

$Q(x)$ et $R(x)$ et $N(x)$ ne sont pas des polynômes

$M(x)$ est un polynôme et $d^\circ M = 4$

$O(x)$ est un polynôme et $d^\circ O = 0$

$E(x)$ est un polynôme

Si $a-1 \neq 0$ cad $a \neq 1$ alors $d^\circ E = 4$

Si $a=1$ alors $d^\circ E = 2$

Exercice2 : Exercice1 : Déterminer un polynôme P de degré 2 tel que : $P(0) = P(1) = 5$ et $P(-2) = 3$

Solution : P de degré 2 donc P s'écrit sous la forme :

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\text{On a } P(0) = 5 \text{ donc } a \times 0^2 + b \times 0 + c = 5 \text{ donc } c = 5$$

$$\text{On a } P(1) = 5 \text{ donc } a \times 1^2 + b \times 1 + c = 5 \text{ donc}$$

$$a + b + c = 5 \text{ donc } a + b + 5 = 5$$

$$\text{donc } a + b = 0 \text{ (1)}$$

$$\text{On a } P(-2) = 3 \text{ donc } a \times (-2)^2 + b \times (-2) + 5 = 3$$

$$\text{donc } 4a - 2b + 5 = 3$$

$$\text{donc } 4a - 2b = -2 \text{ (2)}$$

$$\text{donc On a le système suivant : } \begin{cases} 4a - 2b = -2 \\ a + b = 0 \end{cases} \text{ donc}$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = -2 \\ b = -a \end{cases} \text{ donc } 4a + 2a = -2 \text{ donc } 6a = -2 \text{ donc}$$

$$a = -\frac{1}{3} \text{ donc } b = \frac{1}{3} \text{ Alors : } P(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 5$$

Exercice3 : Lesquels des polynômes ci-dessous sont égaux ? Expliquez

$$P(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3 \text{ et } Q(x) = 2x^2(x-2) + (x-1)(2x+3) \text{ et}$$

$$R(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

Solution :

$$O(x) = 2x^2(x-2) + (x-1)(2x+3) = 2x^3 - 4x^2 + 2x^2 + 3x - 2x - 3$$

$$Q(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3 \text{ deg}(Q) = 3$$

$$P(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3 \text{ deg}(P) = 3$$

Donc : $P(x) = Q(x)$ car $\text{deg}(P) = \text{deg}(Q)$ et les coefficients de leurs monômes de même degré sont égaux

Mais $P(x) \neq R(x)$ car les coefficients de leurs monômes de même degré ne sont pas égaux

Exercice4 : soit : $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 1$ et

$$Q(x) = ax^5 + (b+c)x^4 + (c+d)x^3 + dx^2 + e$$

Déterminer $a ; b ; c$ et d pour que : $P = Q$

Solution : $P = Q$ c a d $P(x) = Q(x)$ donc On a le système suivant :

$$\begin{cases} a = 0 \\ b + c = 1 \\ c + d = -2 \\ d = 1 \\ c = -1 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} a = 0 ; d = 1 ; c = -1 \\ c = -2 - d = -2 - 1 = -3 \\ b = 1 - c = 1 + 3 = 4 \end{cases}$$

$$\text{donc } Q(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 1$$

Exercice5 : soit les polynômes suivants :

$$P(x) = 12x^4 - 36x^3 + 47x^2 - 30x + 7$$

$$Q(x) = (2x^2 - 3x + 1)(ax^2 + bx + c)$$

Déterminer $a ; b ; c$ pour que : $P = Q$

Solution : $P = Q$ ssi $P(x) = Q(x)$ pour tout x

$$Q(x) = (2x^2 - 3x + 1)(ax^2 + bx + c)$$

$$= 2ax^4 + 2bx^3 + 2cx^2 - 3ax^3 - 3bx^2 - 3cx + ax^2 + bx + c$$

$$Q(x) = 2ax^4 + (2b-3a)x^3 + (2c-3b+a)x^2 + (b-3c)x + c$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} 2a = 12 \\ 2b - 3a = -36 \\ a - 3b + 2c = 47 \\ b - 3c = -30 \\ c = 7 \end{cases} \text{ Donc : } \begin{cases} a = 0 \\ b = -9 \\ c = 7 \end{cases}$$

On vérifie que : $a - 3b + 2c = 47$ est vraie

$$\text{Donc : } Q(x) = (2x^2 - 3x + 1)(6x^2 - 9x + 7)$$

Exercice6 : étudier l'égalité des polynômes dans les cas suivants :

1) $P(x) = x^3 + 2x^2(x-1) + x$ et $Q(x) = x^2(3x-2) + x$

2) $P(x) = (x-1)^3$ et $Q(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$

Solution :

1) $P(x) = x^3 + 2x^2(x-1) + x = x^3 + 2x^3 - 2x^2 + x = 3x^3 - 2x^2 + x$

$Q(x) = x^2(3x-2) + x = 3x^3 - 2x^2 + x = P(x)$

$P(x) = (x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Donc : $Q(x) \neq P(x)$ car $(3 \neq -3)$

Exercice7 : 1): soient $P(x)$ et $Q(x)$ deux polynômes

I) Calculer dans chacun des cas suivants :

$P(x) + Q(x)$; $P(x) - Q(x)$; $3P(x) - 2Q(x)$

1) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 1$; $Q(x) = 3x^4 - x^3 + x$

2) $P(x) = x^5 - x^2 + 3$; $Q(x) = -x^5 + x^2 - 5$

II) Calculer $P(x) \times Q(x)$ et $(P(x))^2$

Dans chacun des cas suivants et comparer :

$\deg(PQ)$ et $\deg(P) + \deg(Q)$

1) $P(x) = x^2 - 1$; $Q(x) = x^2 + 2x - 3$

2) $P(x) = x^4 - x^2 + 2$; $Q(x) = 3x + 2$

Solution : I) 1) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 1$;

$Q(x) = 3x^4 - x^3 + x$

On a : $P(x) + Q(x) = x^3 + 2x^2 - 1 + 3x^4 - x^3 + x$

donc $P(x) + Q(x) = 3x^4 + 2x^2 + x - 1$

On a : $P(x) - Q(x) = x^3 + 2x^2 - 1 - 3x^4 + x^3 - x$

$P(x) - Q(x) = -3x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 1$

$3P(x) - 2Q(x) = 3(x^3 + 2x^2 - 1) - 2(3x^4 - x^3 + x)$

$3P(x) - 2Q(x) = 3x^3 + 6x^2 - 3 - 6x^4 + 2x^3 - 2x$

$3P(x) - 2Q(x) = -6x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

$\deg(P) = 3$; $\deg(Q) = 4$; $\deg(P + Q) = 4$;

$\deg(P - Q) = 4$

I) 2) $P(x) = x^5 - x^2 + 3$; $Q(x) = -x^5 + x^2 - 5$

On a : $P(x) + Q(x) = x^5 - x^2 + 3 - x^5 + x^2 - 5 = -2$

On a : $P(x) - Q(x) = x^5 - x^2 + 3 + x^5 - x^2 + 8 = 2x^5 - 2x^2 + 11$

$3P(x) - 2Q(x) = 3(x^5 - x^2 + 3) - 2(-x^5 + x^2 - 5)$

$3P(x) - 2Q(x) = 3x^5 - 3x^2 + 9 + 2x^5 - 2x^2 + 10$

$3P(x) - 2Q(x) = 5x^5 - 5x^2 + 19$

$\deg(P) = 5$; $\deg(Q) = 5$; $\deg(P + Q) = 0$;

$\deg(P - Q) = 5$

II) 1) on a $P(x) = x^2 - 1$; $Q(x) = x^2 + 2x - 3$

$P(x) \times Q(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 2x - 3) = x^5 + 2x^4 - 3x^3 - x^2 - 2x + 3$

$(P(x))^2 = (x^2 - 1)^2 = (x^2)^2 - 2x^2 \times 1 + 1 = x^4 - 2x^2 + 1$

2) $P(x) = x^4 - x^2 + 2$; $Q(x) = 3x + 2$

$P(x) \times Q(x) = (3x + 2)(x^4 - x^2 + 2) = 3x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 6x + 4$

$(P(x))^2 = (x^4 - x^2 + 2)^2 = (x^4 - x^2 + 2)(x^4 - x^2 + 2)$

$(P(x))^2 = (x^4 - x^2 + 2)^2 = x^8 - 2x^6 + 5x^4 - 4x^2 + 4$

$\deg(P \times Q) = 5$; $\deg(P) = 4$; $\deg(Q) = 1$

Donc $\deg(P \times Q) = \deg(P) + \deg(Q)$ et

$\deg(P^2) = 2 \deg(P)$

Exercice8 : soit le polynôme : $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

Est-ce que les nombres suivants sont des racines du polynôme $P(x)$ (justifier) ? 1 ; 2 ; 3 ; -2

Solution :

$P(1) = 1^3 - 2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 6 = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$

donc 1 est racine du polynôme $P(x)$

$P(2) = 2^3 - 2 \times 2^2 - 5 \times 2 + 6 = 8 - 8 - 10 + 6 = -4 \neq 0$

donc 2 n'est pas racine du polynôme $P(x)$

$P(3) = 3^3 - 2 \times 3^2 - 5 \times 3 + 6 = 27 - 18 - 15 + 6 = 0$

donc 3 est racine du polynôme $P(x)$

$P(-2) = (-2)^3 - 2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 6 = -8 - 8 + 10 + 6 = 0$

donc -2 est racine du polynôme $P(x)$

Exercice9 : soit le polynôme : $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1) vérifier que 1 est racine du polynôme $P(x)$

2) factoriser $P(x)$

Solution : 1) $P(1) = 2 \times 1^2 - 1 - 1 = 0$

Donc : 1 est racine du polynôme $P(x)$

2) 1 est racine du polynôme $P(x)$ donc : $P(x)$

est divisible par $x - 1$

en Effectuant la division euclidienne de $P(x)$

par $x - 1$ On trouve : $Q(x) = 2x + 1$

donc : $P(x) = (x - 1)(2x + 1)$

Exercice10 : soit le polynôme : $P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$

1) calculer $P(-3)$ et que peut-on dire ?

2) déterminer le le polynôme $Q(x)$ tel que :

$P(x) = (x + 3)Q(x)$

Solution : 1) en remplaçons x par -3 dans le polynôme

$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$$

$$\text{on a : } P(-3) = (-3)^3 + 3(-3)^2 - 2(-3) - 6 = -27 + 27 + 6 - 6 = 0$$

donc -3 est racine du polynôme $P(x)$

2) donc : $P(x)$ est divisible par $x+3$

Donc il existe un polynôme $Q(x)$ tel que :

$$P(x) = (x+3)Q(x) \text{ et puisque le degré de } P(x) \text{ est } 3 \text{ donc}$$

$$\text{le degré de } Q(x) \text{ est } 2 \text{ donc : } Q(x) = ax^2 + bx + c \text{ (} a \neq 0 \text{)}$$

Méthode 1 : $P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$

$$P(x) = (x+3)(ax^2 + bx + c)$$

$$\text{Donc : } x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = (x+3)(ax^2 + bx + c)$$

$$= ax^3 + (b+3a)x^2 + (c+3b)x + 3c$$

$$= ax^3 + bx^2 + cx + 3ax^2 + 3bx + 3c$$

$$\text{Donc : } a=1 \text{ et } b+3a=3 \text{ et } 3c=-6$$

$$\text{Donc : et } b=0 \text{ } a=1 \text{ et } c=-2$$

$$\text{Donc : } Q(x) = x^2 - 2$$

Méthode 2 : $P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$

$$= x^2(x+3) - 2(x+3) = (x+3)(x^2 - 2) \text{ donc : } Q(x) = x^2 - 2$$

Méthode 3 : Effectuer la division euclidienne de

$P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ par $x+3$ et déterminer le quotient et le reste

$x^3 + 3x^2 - 2x - 6$	$x + 3$
$-x^3 - 3x^2$	$x^2 - 2$
$-2x - 6$	
$2x + 6$	
0	a donc :

$$P(x) = (x+3)Q(x) + P(-3) = (x+3)(x^2 - 2) + 0 = (x+3)(x^2 - 2)$$

$$Q(x) = x^2 - 2 \text{ est le quotient et } P(-3) = 0 \text{ le reste}$$

Exercice 11 : Soit : $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$

1) Montrer que $P(x)$ est divisible par $x-3$

2) factoriser $P(x)$

Solution : 1) $P(3) = 0$ donc $P(x)$ est divisible par $x-3$

2) en Effectuant la division euclidienne de

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 \text{ par } x-3$$

$$\text{On aura : } P(x) = (x-3) \times (2x^2 + x - 1)$$

Exercice 12 : soit le polynôme :

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

1) Effectuer la division euclidienne de

$P(x)$ par $x+2$ et déterminer le quotient $Q(x)$ et le reste

2) montrer que $Q(x)$ est divisible par $x-3$

3) en déduire une factorisation du polynôme P on polynômes de 1ere degrés

Solution : 1)

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$	$x + 2$
$-x^3 - 2x^2$	$x^2 - 4x + 3$
$-4x^2 - 5x + 6$	
$4x^2 + 8x$	
$3x + 6$	
$-3x - 6$	
0	

$$\text{Donc : } Q(x) = x^2 - 4x + 3 \text{ le reste } 0$$

2) $Q(3) = 0$ donc 3 est racine du polynôme $Q(x)$

Donc $Q(x)$ est divisible par $x-3$

$$3) \text{ on a : } P(x) = (x+2) \times (x^2 - 4x + 3)$$

en Effectuant la division euclidienne de $Q(x)$ par $x-3$

$$\text{On aura : } Q(x) = (x-3) \times (x-1)$$

$$\text{Donc : } P(x) = (x+2) \times (x-3) \times (x-1)$$

Exercice 13 : Soit : $P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

1) montrer que 1 est racine du polynôme P

2) montrer que $P(x) = (x-1)Q(x)$

Où $Q(x)$ est un polynôme à déterminer

3) montrer que -2 est racine du polynôme Q

4) en déduire une factorisation du polynôme P on polynômes de 1ere degrés

5) résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$

Solution : 1)

$$\text{On a } P(1) = 1^3 - 3 \times 1^2 - 6 \times 1 + 8 = 1 - 3 - 6 + 8 = 0$$

donc 1 est racine du polynôme P

Donc $P(x)$ est divisible par $x-1$

2) Effectuons la division euclidienne de $P(x)$ par $x-1$

On trouve : $P(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 8)$ ①

donc : $Q(x) = x^2 - 2x - 8$

3) on a : $Q(-2) = (-2)^2 - 2(-2) - 8 = 4 + 4 - 8 = 0$

Donc -2 est racine du polynôme Q Donc $Q(x)$ est divisible par $x+2$

4) Effectuons la division euclidienne de $Q(x)$

par $x+2$

On trouve : $Q(x) = (x+2)(x-4)$ ②

D'après ① et ② on a : $P(x) = (x-1)(x+2)(x-4)$

5) $P(x) = 0$ ssi $(x-1)(x+2)(x-4) = 0$

ssi $x-1=0$ ou $x+2=0$ ou $x-4=0$

$P(x) = 0$ ssi $x=1$ ou $x=-2$ ou $x=4$ les

racines du polynôme $P(x)$

Donc : $S = \{-2; 1; 4\}$

Exercice14 : Soit : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b$

Avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

1) déterminer a et b tels que

a) $P(x)$ soit divisible par $x-2$

b) le reste de la division euclidienne de $P(x)$

par $x-1$ est -12

2) factoriser $P(x)$ dans ce cas

Solution : 1) $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b$

a) $P(x)$ soit divisible par $x-2$ donc : $P(2) = 0$

Donc : $2 \times 2^3 + 3 \times 2^2 + a \times 2 + b = 0$

Donc : $2a + b + 28 = 0$ (1)

b) le reste de la division euclidienne de $P(x)$

par $x-1$ est -12

donc : $P(1) = -12$ donc : $a - b + 17 = 0$ (2)

donc le couple (a, b) est solution du système suivant :

$$\begin{cases} 2a + b + 28 = 0 \\ a - b + 17 = 0 \end{cases}$$

On résolvant le système on trouve : $a = -11$ et $b = -6$

Donc : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$

2) factorisation de $P(x)$ dans ce cas :

$P(x)$ soit divisible par $x-2$ donc :

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 & x-2 \\ -2x^3 + 4x^2 & \hline 7x^2 - 11x - 6 & \\ -7x^2 + 14x & \\ \hline 3x - 6 & \\ -3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$P(x) = (x-2)(2x^2 + 7x + 3)$

Exercice15 : Soit : $P(x) = x^3 - 3x + 2$

1) a) calculer $P(1)$ et déterminer $Q(x)$ tel que :

$P(x) = (x-1)Q(x)$

b) vérifier que $P(x) = (x+2)(x-1)^2$

2) soit α un réel tel que : $1 < \alpha < 2$

Donner un encadrement de $\alpha + 2$ et de : $(\alpha - 1)^2$

Et en déduire que : $0 < P(\alpha) < 4$

Solution : 1) a) $P(x) = x^3 - 3x + 2$

$P(1) = 1^3 - 3 \times 1 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$

Donc $P(x)$ soit divisible par $x-1$

Effectuons la division euclidienne de $P(x)$ par $x-1$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x + 2 & x-1 \\ -x^3 + x^2 & \hline x^2 - 3x + 2 & \\ -x^2 + x & \\ \hline -2x + 2 & \\ 2x - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Donc : $P(x) = (x-1)(x^2 + x - 2)$

b) vérifions que $P(x) = (x+2)(x-1)^2$?

$(x+2)(x-1)^2 = (x+2)(x^2 - 2x + 1)$

$= x^3 - 2x^2 + x + 2x^2 - 4x + 2 = x^3 - 4x + 2 = P(x)$

2) $1 < \alpha < 2$ donc $3 < \alpha + 2 < 4$ (1)

Donc : $0 < \alpha - 1 < 1$ donc $0 < (\alpha - 1)^2 < 1$ (2)

De (1) et (2) on a alors : $0 < (\alpha + 2)(\alpha - 1)^2 < 4$

Donc $0 < P(\alpha) < 4$

Exercice 16 : Soit : $P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2$

1) vérifier que 0 n'est pas racine du polynôme $P(x)$

2) montrer que si α est racine du polynôme $P(x)$ alors $\frac{1}{\alpha}$

Est aussi racine du polynôme $P(x)$

3) vérifier que 2 est racine du polynôme $P(x)$

4) en Effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x - 2$

Trouver un polynôme $Q(x)$ tel que :

$$P(x) = (x - 2)Q(x)$$

5) en déduire que $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

6) déterminer les réels a ; b ; c tel que :

$$Q(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(ax^2 + bx + c)$$

7) en déduire une factorisation du polynôme P on polynômes de 1er degré

Solution : 1) $P(0) = 2 \neq 0$ Donc 0 n'est pas racine du polynôme $P(x)$

2) $P(x)$ racine du polynôme est α

$$\text{Ssi } P(\alpha) = 0 \text{ ssi } 2\alpha^4 - 9\alpha^3 + 14\alpha^2 - 9\alpha + 2 = 0$$

On calcul $P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = ?$

$$P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 2\left(\frac{1}{\alpha}\right)^4 - 9\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + 14\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 - 9\left(\frac{1}{\alpha}\right) + 2$$

$$P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 2\left(\frac{1}{\alpha^4}\right) - 9\left(\frac{1}{\alpha^3}\right) + 14\left(\frac{1}{\alpha^2}\right) - 9\left(\frac{1}{\alpha}\right) + 2$$

$$P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \left(\frac{2}{\alpha^4}\right) + \left(\frac{-9\alpha}{\alpha^4}\right) + \left(\frac{14\alpha^2}{\alpha^4}\right) + \left(\frac{-9\alpha^3}{\alpha^4}\right) + 2\frac{\alpha^4}{\alpha^4}$$

$$P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{2 - 9\alpha + 14\alpha^2 - 9\alpha^3 + 2\alpha^4}{\alpha^4}$$

Et puisque $2\alpha^4 - 9\alpha^3 + 14\alpha^2 - 9\alpha + 2 = 0$

$$\text{Donc : } P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{0}{\alpha^4} = 0$$

Donc : $\frac{1}{\alpha}$ Est aussi racine du polynôme $P(x)$

$$3) P(2) = 2 \times 2^4 - 9 \times 2^3 + 14 \times 2^2 - 9 \times 2 + 2 = 32 - 72 + 56 - 18 + 2$$

$$P(2) = 2 \times 2^4 - 9 \times 2^3 + 14 \times 2^2 - 9 \times 2 + 2 = 32 - 72 + 56 - 18 + 2 = 0$$

Donc : 2 est racine du polynôme $P(x)$

4) en Effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x - 2$

$$\text{On trouve que : } P(x) = (x - 2) \times (2x^3 - 5x^2 + 4x - 1)$$

5) on a 2 est racine du polynôme $P(x)$

Donc : $\frac{1}{2}$ Est aussi racine du polynôme $P(x)$

Donc : $P\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ et puisque $P(x) = (x - 2)Q(x)$

Alors : $\left(\frac{1}{2} - 2\right) \times Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ or $\left(\frac{1}{2} - 2\right) \neq 0$

Donc : $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

6) en Effectuant la division euclidienne de $Q(x)$ par $x - \frac{1}{2}$

$$\text{On trouve : } Q(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(2x^2 - 4x + 2)$$

Donc : $a = 2$ et $b = -4$ et $c = 2$

7) on a : $P(x) = (x - 2)Q(x)$ et $Q(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(2x^2 - 4x + 2)$

$$\text{Donc : } P(x) = (x - 2)\left(x - \frac{1}{2}\right)(2x^2 - 4x + 2)$$

On factorise aussi : $2x^2 - 4x + 2$

On remarque que 1 est racine

en Effectuant la division euclidienne de $2x^2 - 4x + 2$ par $(x - 1)$ On trouve : $2x^2 - 4x + 2 = (x - 1)(2x - 2)$

finalement : $P(x) = (x - 2)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)(2x - 2)$

$$P(x) = 2(x - 2)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)(x - 1)$$

$$P(x) = (x - 2)(2x - 1)(x - 1)^2$$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien

