PRODUIT SCALAIRE

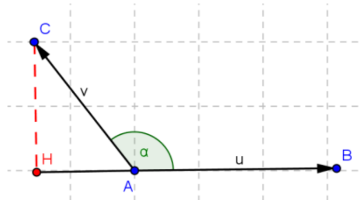
Présentation globale

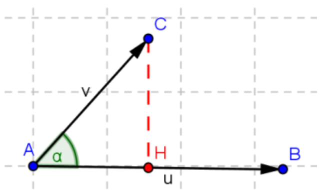
I) Le produit scalaire de deux vecteurs

1) Définitions

Définition1 : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan. Et soient A ; B et C trois points du plan tel que :
$\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$

On appelle produit scalaire de $\vec{u}$ par $\vec{v}$, noté $\vec{u}.\vec{v}$, le nombre réel définit par :
Si $\vec{u}=\vec{0}$ ou $\vec{v}=\vec{0}$ alors $\vec{u}.\vec{v}=\vec{0}$
Si $\vec{u}\neq\vec{0}$ et $\vec{v}\neq\vec{0}$ alors soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) alors :
$\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overline{AH}\times\overline{AB}$ c a d
$\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AH\times AB$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ ont le même sens
$\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-AH\times AB$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ ont un sens contraire

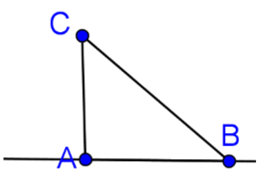




Remarque :
soient A ; B ; C et D quatre points du plan
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overline{A'B'}\times\overline{CD}=\overline{AB}\times\overline{C'D'}$ avec : A' ; B' les projections orthogonales respectifs de A ; B sur la droite (CD).
Et C' ; D' les projections orthogonales respectifs de C et D sur la droite (AB)

Application : Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A et direct et $AB=2cm$
Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CB}$

Réponse :
On a $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overline{AB}\times\overline{AA}$ car :
A est le projeté orthogonales de A sur (AB) et B est le projeté orthogonales de B sur (AB)



et A est le projeté orthogonales de C sur (AB)
donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AA=AB\times 0=0$
de même On a $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=BA\times BA=2\times 2=4$
de même On a $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CB}=-BA\times AB=-2\times 2=-4$

Définition2: Soit un vecteur $\vec{u}$ et deux points A et B tels que $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$.
La norme du vecteur $\vec{u}$, notée $\|\vec{u}\|$ c'est la distance AB.

Définition3 : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan.
On appelle produit scalaire de $\vec{u}$ par $\vec{v}$, noté $\vec{u}.\vec{v}$, le nombre réel définit par :
a) $\vec{u}.\vec{v}=0$, si l'un des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est nul
b) $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)$, dans le cas contraire.
$\vec{u}.\vec{v}$ se lit "$\vec{u}$ scalaire $\vec{v}$".

Remarque : Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont deux représentants des vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ alors :
$\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\|\overrightarrow{AB}\|\times\|\overrightarrow{AC}\|\times\cos BAC$

Exemple : Soit un triangle équilatéral ABC de côté a.
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\|\overrightarrow{AB}\|\times\|\overrightarrow{AC}\|\times\cos BAC$
$=a\times a\times\cos\frac{\pi}{3}=a^2\times\frac{1}{2}=\frac{a^2}{2}$

Attention : Le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre réel. Ecrire par exemple $\vec{u}.\vec{v}=\vec{0}$ est une maladresse à éviter !

2) propriétés :

Propriété1 : Pour tout vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a : $\vec{u}.\vec{v}=\vec{v}.\vec{u}$

Démonstration :
On suppose que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls (démonstration évidente dans la cas contraire).
$\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)$
$=\|\vec{v}\|\times\|\vec{u}\|\times\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=\|\vec{v}\|\times\|\vec{u}\|\times\cos\left(-\left(\vec{v};\vec{u}\right)\right)$
$=\|\vec{v}\|\times\|\vec{u}\|\times\cos\left(\vec{v};\vec{u}\right)=\vec{v}.\vec{u}$

Propriété2 : Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, on a :
1) $\vec{u}.\left(\vec{v}+\vec{w}\right)=\vec{u}.\vec{v}+\vec{u}.\vec{w}$ 2) $\vec{u}.\left(k\vec{v}\right)=k\vec{u}.\vec{v}$
Avec k un nombre réel.
- Admis -

Propriété3 : Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a :

1) $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)^2=\vec{u}^2+2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2$ 2) $\left(\vec{u}-\vec{v}\right)^2=\vec{u}^2-2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2$

3) $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\left(\vec{u}-\vec{v}\right)=\vec{u}^2-\vec{v}^2$

Démonstration : pour le 2) :

$$\left(\vec{u}-\vec{v}\right)^2=\left(\vec{u}-\vec{v}\right)\left(\vec{u}-\vec{v}\right)=\vec{u}.\vec{u}-\vec{u}.\vec{v}-\vec{v}.\vec{u}+\vec{v}.\vec{v}$$

$$=\vec{u}^2-2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2$$

II. Produit scalaire et norme

Soit un vecteur $\vec{u}$, on a :

$$\vec{u}.\vec{u}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{u}\|\times\cos\left(\vec{u};\vec{u}\right)=\|\vec{u}\|^2\times\cos 0=\|\vec{u}\|^2$$

Et $\vec{u}.\vec{u}=\vec{u}^2$ on a ainsi : $\vec{u}^2=\vec{u}.\vec{u}=\|\vec{u}\|^2$

Propriété1 : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. On a :

$$\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right) \text{ et } \vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)$$

Démonstration : de la première formule :

$$\|\vec{u}-\vec{v}\|^2=\left(\vec{u}-\vec{v}\right)^2=\vec{u}^2-2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2$$

$$=\|\vec{u}\|^2-2\vec{u}.\vec{v}+\|\vec{v}\|^2$$

donc $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$

Propriété2 : Soit A, B et C trois points du plan.

On a : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-BC^2\right)$

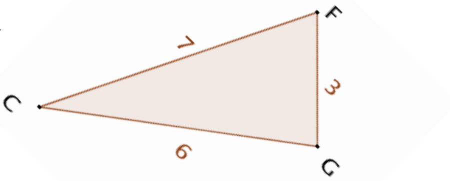
Démonstration :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{AB}\|^2+\|\overrightarrow{AC}\|^2-\|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\|^2\right)$$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-\|\overrightarrow{CB}\|^2\right)=\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-BC^2\right)$$

Exemple :) Soit CFG un triangle tel que $CF=7$ et $CG=6$ et $FG=3$

Calculer : $\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{CF}$



Solution :

$$\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\left(CG^2+CF^2-GF^2\right)=\frac{1}{2}\left(6^2+7^2-3^2\right)=38$$

III. Produit scalaire et orthogonalité

1) Vecteurs orthogonaux

Propriété : Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u}.\vec{v}=0$.

Démonstration : Si l'un des vecteurs est nul, la démonstration est évidente.
Supposons le contraire.

$$\vec{u}.\vec{v}=0 \Leftrightarrow \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=0 \Leftrightarrow \cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=0$$

$\Leftrightarrow$ Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux

Application : 1) Soit ABC un triangle tel que $AB=7$ et $AC=5$ et $BC=6$

a) Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$ et en déduire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB)

Calculer AH

2) sachant que $\|\vec{u}\|=4$ et $\|\vec{v}\|=2$ et $\vec{u}.\vec{v}=-\frac{1}{2}$

a)Calculer : $A=\left(2\vec{u}-3\vec{v}\right).\left(\vec{u}+2\vec{v}\right)$ et $B=\left(\frac{\vec{u}}{2}-\vec{v}\right).\left(\vec{u}+\frac{\vec{v}}{2}\right)$

$C=\left(\vec{u}-\vec{v}\right)^2$ et $D=\left(2\vec{u}+3\vec{v}\right)^2$

b)en déduire $E=\|\vec{u}-\vec{v}\|$ et $F=\|2\vec{u}+3\vec{v}\|$

Réponse : 1) Calcule de $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$

On a $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\|^2-\|\overrightarrow{BA}\|^2-\|\overrightarrow{AC}\|^2\right)$

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{BC}\|^2-\|\overrightarrow{BA}\|^2-\|\overrightarrow{AC}\|^2\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(BC^2-AB^2-AC^2\right)=\frac{1}{2}\left(6^2-7^2-5^2\right)=-19$$

donc : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}=-19$

donc :On a $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}=19$

a) Calcule de AH

On a $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AH$ donc : $AH=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{AB}=\frac{19}{7}$

2) a) $A=\left(2\vec{u}-3\vec{v}\right).\left(\vec{u}+2\vec{v}\right)=2\vec{u}.\vec{u}+4\vec{u}.\vec{v}-3\vec{u}.\vec{v}-6\vec{v}.\vec{v}$

$$A=\left(2\vec{u}-3\vec{v}\right).\left(\vec{u}+2\vec{v}\right)=2\vec{u}.\vec{u}+4\vec{u}.\vec{v}-3\vec{u}.\vec{v}-6\vec{v}.\vec{v}$$

$$A=2.\vec{u}^2+\vec{u}.\vec{v}-6\vec{v}^2=2.\|\vec{u}\|^2+\vec{u}.\vec{v}-6\|\vec{v}\|^2=2\times4^2+\frac{1}{2}-6\times2^2$$

$$A=32+\frac{1}{2}-24=\frac{15}{2}$$

$$B=\left(\frac{\vec{u}}{2}-\vec{v}\right).\left(\vec{u}+\frac{\vec{v}}{2}\right)=\frac{1}{2}\vec{u}.\vec{u}+\frac{1}{4}\vec{u}.\vec{v}-\vec{u}.\vec{v}-\frac{1}{2}\vec{v}.\vec{v}$$

$$B=\frac{1}{2}\times\|\vec{u}\|^2-\frac{3}{4}\times\vec{u}.\vec{v}-\frac{1}{2}\times\|\vec{v}\|^2=\frac{1}{2}\times4^2-\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\times2^2$$

$$B=8+\frac{3}{2}-2=\frac{51}{8}$$

$$C=\left(\vec{u}-\vec{v}\right)^2=\vec{u}^2-2\vec{u}.\vec{v}+\vec{v}^2=\|\vec{u}\|^2-2\vec{u}.\vec{v}+\|\vec{v}\|^2=4^2-2\left(-\frac{1}{2}\right)+2^2$$

$$C=16+1+4=21$$

$$D=\left(2\vec{u}+3\vec{v}\right)^2=4\vec{u}^2+12\vec{u}.\vec{v}+9\vec{v}^2=4\|\vec{u}\|^2+12\vec{u}.\vec{v}+9\|\vec{v}\|^2$$

$$D=4\times4^2+12\left(-\frac{1}{2}\right)+9\times2^2=64-6+36=94$$

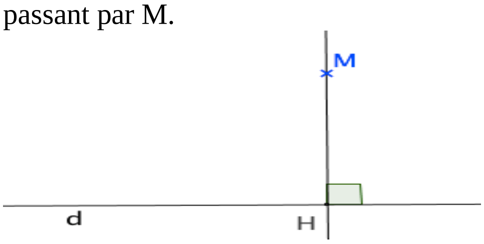
b) $\left(\vec{u}-\vec{v}\right)^2=21$ donc $\|\vec{u}-\vec{v}\|^2=94$ donc $\|\vec{u}-\vec{v}\|=\sqrt{21}$

$\left(2\vec{u}+3\vec{v}\right)^2=94$ donc $\left\|2\vec{u}+3\vec{v}\right\|^2=94$ donc

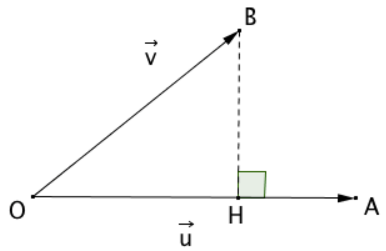
$\left\|2\vec{u}+3\vec{v}\right\|=\sqrt{94}$

2) Projection orthogonale

Définition : Soit une droite *d* et un point M du plan.
Le projeté orthogonal du point M sur la droite *d* est le point d'intersection H de la droite *d* avec la perpendiculaire à *d* passant par M.



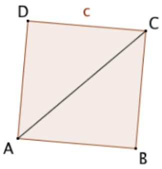
Propriété : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan tels que $\vec{u}=\overrightarrow{OA}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{OB}$.
H est le projeté orthogonal du point B sur la droite (OA).
On a : $\vec{u}.\vec{v}=\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}$



Démonstration :
$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}.\left(\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{HB}\right)=\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}$

En effet, les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{HB}$ sont orthogonaux donc $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{HB}=0$.

Exemple : Soit un carré ABCD de côté c.

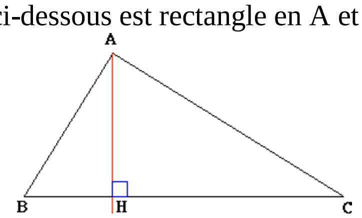


$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2=c^2$

IV). APPLICATIONS DU PRODUIT SCALAIRE

1)LES RELATIONS MÉTRIQUES DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

Le triangle ABC ci-dessous est rectangle en A et [AH] la hauteur.



Théorème : Théorème de Pythagore
si ABC est rectangle en A alors BC² = AB² + AC² (i.e. le carré de l'hypoténuse est la somme des carrés des 2 autres côtés)

Démonstration :

$BC^2=\overrightarrow{BC}^2=\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)^2=\overrightarrow{BA}^2+2\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}^2$

ABC est rectangle en A donc $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}=0$

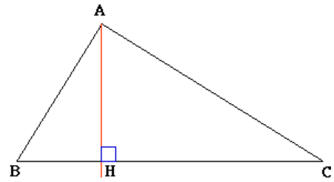
Donc $BC^2=AB^2+AC^2$

AUTRE RESULTATS :

$BA^2=BH\times BC$ ET $CA^2=CH\times BC$ ET

$AH^2=HB\times HC$ ET $AB\times AC=AH\times BC$

Application : Soit ABC un triangle rectangle en A et H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC)



et $AH=2cm$ et $ABC=\frac{\pi}{3}$

Calculer AB et BH et BC

Réponse :

a)On a ABH un triangle rectangle en H

donc : $\sin\left(ABC\right)=\frac{AH}{AB}$

Donc : $AB=\frac{AH}{\sin\left(ABC\right)}=\frac{2}{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{4}{3}\sqrt{3}$

b)On a $AB^2=AH^2+HB^2$ car ABH un triangle rectangle en H

Donc: $AB^2-AH^2=HB^2$ Donc: $\left(\frac{4}{3}\sqrt{3}\right)^2-2^2=HB^2$

Donc: $\frac{16}{3}-2^2=HB^2$ Donc: $HB^2=\frac{4}{3}$

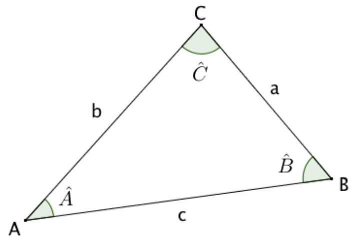
$HB=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$

c)On a $BA^2=BH\times BC$ Donc: $BC=\frac{BA^2}{BH}$

Donc: $BC=\frac{\left(\frac{4}{3}\sqrt{3}\right)^2}{\frac{2}{3}\sqrt{3}}=\frac{\left(\frac{4}{3}\sqrt{3}\right)^2}{\frac{2}{3}\sqrt{3}}=\frac{8}{3}\sqrt{3}$

2) Théorème d'Al Kashi

Théorème : Dans un triangle ABC, on a avec les notations de la figure : $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\cos A$



Démonstration : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos A$

et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-BC^2\right)=\frac{1}{2}\left(b^2+c^2-a^2\right)$

donc : $\frac{1}{2}\left(AB^2+AC^2-BC^2\right)=AB\times AC\times\cos A$

soit : $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\cos A$

Remarque : si ABC un triangle quelconque on a :

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

$AB^2=BC^2+AC^2-2BC\times AC\cos\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \cos\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)$

Application : Soit ABC un triangle tel que et $AB=5$ et $AC=8$ et $A=\dfrac{2\pi}{3}$ Calculer BC et $\cos C$

Réponse :

a) D'après le Théorème d'Al Kashi on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos A$

$BC^2 = 5^2 + 8^2 - 2\times5\times8\cos\dfrac{2\pi}{3}$ donc

$BC^2 = 25+64+40=129$ donc $BC=\sqrt{129}$

b) D'après le Théorème d'Al Kashi on a :

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2CA\times CB\cos C$ donc

$2CA\times CB\cos C = AC^2 + BC^2 - AB^2$

donc $\cos C = \dfrac{AC^2+BC^2-AB^2}{2CA\times CB}$ donc

$\cos C = \dfrac{64+129-25}{2\times8\times\sqrt{129}} = \dfrac{168}{16\sqrt{129}} = \dfrac{21\sqrt{129}}{258}$

Exercice : Soit EFG un triangle tel que et $EF=7$ et $EG=5$ et $FEG=\dfrac{\pi}{4}$

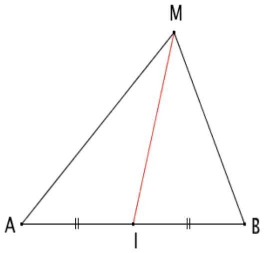
Calculer FG et $\cos EGF$

3) Théorème de la médiane

Propriété : Soit deux points A et B et I le milieu du segment [AB].

Pour tout point M, on a :

$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$$



Démonstration :

$MA^2 + MB^2 = \left\|\overrightarrow{MA}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{MB}\right\|^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2$

$= \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$= \overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IB}^2$

$= 2\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right) + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2$

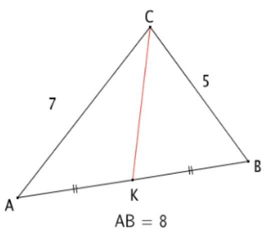
$= 2\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}.\vec{0} + \left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)^2$

$= 2MI^2 + \dfrac{AB^2}{2}$

Exemple : Soit ABC un triangle tel que : $BC=5$; $AC=7$ Et $AB=8$ et K le milieu du segment [AB].

On souhaite calculer CK.

D'après le théorème de la médiane, on a :



$CA^2 + CB^2 = 2CK^2 + \dfrac{AB^2}{2}$, donc :

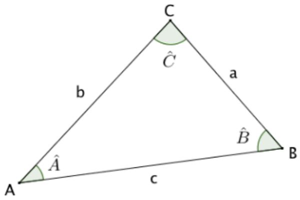
$CK^2 = \dfrac{1}{2}\left(CA^2+CB^2-\dfrac{AB^2}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\left(7^2+5^2-\dfrac{8^2}{2}\right) = 21$

Donc : $CK=\sqrt{21}$.

4) Surface d'un triangle et formule de sinus

Propriétés :

Dans un triangle ABC



On a :

1) $S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}bc\sin A$ avec S Surface du triangle ABC

2) $\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}=\dfrac{2\times S}{abc}$ (formule de sinus)

Application1: Soit $EFGH$ un parallélogramme tel que et $EF=3$ et $EH=5$ et $FEH=\dfrac{3\pi}{4}$

Calculer la Surface du triangle EFH et la Surface du parallélogramme $EFGH$

Réponse : a)

$S_{EFH}=\dfrac{1}{2}EF\times EH\sin E=\dfrac{1}{2}3\times5\sin\dfrac{3\pi}{4}=\dfrac{15}{2}\sin\left(\pi-\dfrac{\pi}{4}\right)$

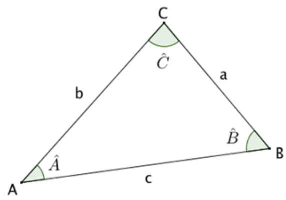
$S_{EFH}=\dfrac{15}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{15}{4}\sqrt{2}$

b) $S_{EFGH}=2\times S_{EFH}=2\times\dfrac{15}{4}\sqrt{2}=\dfrac{15}{2}\sqrt{2}$

Application2: Soit ABC un triangle tel que :

$a=BC=6$ et $A=30°$ et $B=73°$

Calculer b et c



Réponse

D'après la formule de sinus on a :

$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}=\dfrac{2\times S}{abc}$

$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin 30°}{6}=\dfrac{1}{12}$ donc $\dfrac{\sin 73°}{b}=\dfrac{1}{12}$ donc

$b=12\sin 73°=11.47$

$\dfrac{\sin 77°}{c}=\dfrac{1}{12}$ donc $c=12\sin 77°=11.69$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien