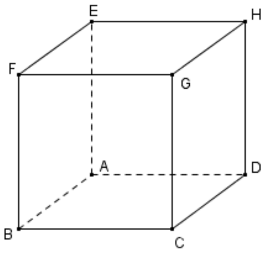
TD : VECTEURS DE L'ESPACE

EXERCICES AVEC SOLUTIONS DANS LE SITE

Exercice01 :



ABCDEFGH un cube on pose :
Simplifier :
$\vec{t} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{FH}$

Exercice02:
ABCDEFGH un cube et K milieu du segment $[EF]$ et L milieu du segment $[CF]$ et M un point du segment $[CD]$ tel que : $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$

Montrer que : $(ML) \parallel (DK)$

Exercice03: $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires
Déterminer les réels x et y tels que :
$x\left(\vec{u}+2\vec{v}\right)+y\left(\vec{u}+3\vec{v}\right)=2\vec{u}+5\vec{v}$

Exercice04 :
ABCDEFGH un parallélépipède de centre O et I milieu du segment $[AD]$
on pose $\overrightarrow{EG} = \vec{u}$ $\overrightarrow{FC} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{IO} = \vec{w}$
Montrer que : $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires

Exercice05 : ABCDEFGH un cube
M milieu du segment $[HE]$et et N milieu du segment $[HG]$
Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{CH}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont-ils coplanaires ? justifier

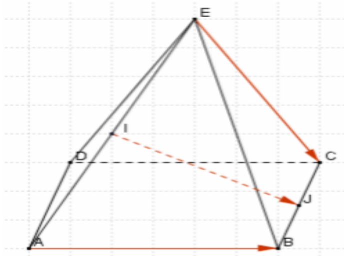
Exercice06 : $ABCD$ un tétraèdre et E le milieu du $[BC]$ et soit les points Q ; P ; N ; M tel que :
$\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{CQ} = 3\overrightarrow{CB}$ $\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$
1)Tracer une figure
2)Ecrire $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{BD}$
3)En déduire que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires
4)Que peut-on dire des droites (MN) et (PQ)

Exercice07 : $ABCD$ un tétraèdre et E le milieu du $[BC]$ et soit les points K ; L tel que :
$\overrightarrow{CL} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$ et $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
Montrer que $(LD) \parallel (EK)$

Exercice08 : ABCDEFGH un cube
K est le symétrique du point D par rapport à H
Montrer que $(AK) \parallel (BCG)$

EXERCICES SANS SOLUTIONS DANS LE SITE

Exercice01 : $EABCD$ un pyramide de base le rectangle $ABCD$ et soit I le milieu du segment $[AE]$ et J le milieu du segment $[BC]$



Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont coplanaires

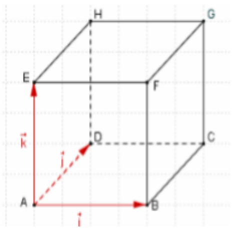
Exercice02 : $ABCD$ un tétraèdre et soit le point M de l'espace tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$
1)Montrer que $M \in (ABC)$
2) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires

Exercice03: $ABCDEFGH$ un parallélépipède rectangle et I le milieu du segment $[BF]$
1) les vecteurs $\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DG}$ sont-ils coplanaires ?
2) les vecteurs $\overrightarrow{AI}$; $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{HE}$ sont-ils coplanaires ? (Justifier vos réponses)

Exercice04 : $ABCD$ un tétraèdre et soit les points K ; L ; M ; N tel que : $2\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD}$ et L le milieu du $[BK]$ et $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AD}$
1) écrire les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AL}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$
2)Montrer que les points L ; M ; N sont alignés et déterminer la position du point L sur la droite (MN)

3) déterminer les réels α et β tels que : $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AL} + \beta\overrightarrow{AM}$ et que peut-on dire des points A ; M ; D ; L ?

Exercice05 : $ABCDEFGH$ un cube



On pose : $\overrightarrow{AD} = \vec{j}$ et $\overrightarrow{AE} = \vec{k}$ te $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$

Et $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ avec I le milieu du segment $[HG]$

1)Montrer que $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AI)

2)soit la droite (Δ) passant par le point G et parallèle a (AI) et le point M tel que

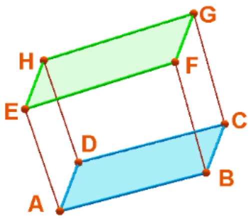
$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BG}$ Montrer que $M \in (\Delta)$

Exercice06 : dans l'espace on considère les points A ; B ; C ; D ; E tel que :

$2\overrightarrow{EA} + 4\overrightarrow{EB} - 5\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$

Montrer que les points : A ; B ; C ; D sont coplanaires

Exercice07 : $ABCDEFGH$ un parallélépipède rectangle ou pavé droit et soit le point I de l'espace tel que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AG}$



1)Montrer que :

$\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IE} = 3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AG}$ et que

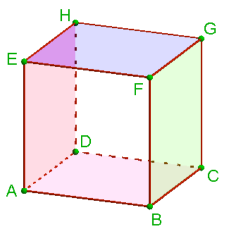
$\overrightarrow{IE} = -\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{ID}$

2)Que peut-on dire des points : I ; B ; D ; E

Exercice08: $ABCDEFGH$ un cube et soient les points :

M et N tels que :

$\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$



1)Montrer que :

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{EA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$

2)Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{AB}$ Sont coplanaires

Exercice09 : $ABCDEFGH$ un cube avec I le milieu du segment $[AB]$ et J le milieu de $[AD]$ et K un point tel que : $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AG}$

1) Ecrire les vecteurs $\overrightarrow{EI}$; $\overrightarrow{EJ}$ et $\overrightarrow{EK}$ en fonction de $\overrightarrow{EA}$; $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$

2) vérifier que : $5\overrightarrow{EK} = 2\overrightarrow{EI} + 2\overrightarrow{EJ}$

3) En déduire que les points : I ; J ; K ; E sont coplanaires

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.

c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien